



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO JOÃO DEL-REI – UFSJ**  
**NÚCLEO DE EDUCAÇÃO À DISTÂNCIA**  
**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA – DEMAT**

**ÂNGELA CAROLINA KNOLL RICARDO**

**O USO DE JOGOS NO ENSINO DE PROBABILIDADE NA  
EDUCAÇÃO BÁSICA**

**SÃO JOÃO DEL-REI**  
**2016**

**ÂNGELA CAROLINA KNOLL RICARDO**

**O USO DE JOGOS NO ENSINO DE PROBABILIDADE NA  
EDUCAÇÃO BÁSICA**

Trabalho de conclusão do curso de Matemática da  
Universidade Federal de São João del-Rei,  
apresentado como requisito para obtenção do título  
de Licenciado em Matemática, sob a orientação da  
Prof<sup>a</sup> Andréa Cristiane dos Santos Delfino.

**SÃO JOÃO DEL-REI  
2016**

**ÂNGELA CAROLINA KNOLL RICARDO**

**O USO DE JOGOS NO ENSINO DE PROBABILIDADE NA  
EDUCAÇÃO BÁSICA**

Trabalho de conclusão de curso, apresentado como requisito para obtenção do título de Licenciada em Matemática, do curso de Licenciatura em Matemática a Distância, da Universidade Federal de São João del-Rei.

Os componentes da banca de avaliação, abaixo identificados, consideram este trabalho aprovado.

**BANCA EXAMINADORA**

---

**Prof.<sup>a</sup> Dr. Andréa Cristiane dos Santos Delfino – UFSJ**  
**(Orientadora)**

---

**Prof.<sup>a</sup> Dra. Andréia Malacarne**  
**(Membro da banca)**

**Data da aprovação:** São João del-Rei, \_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_.

A minha mãe, que sempre incentivou e se preocupou com meus estudos.

Ao meu pai, que onde estiver possa ver que consegui chegar até aqui.

Ao meu esposo e meus filhos, André e Igor, que me apoiaram durante esse período.

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente quero agradecer a Deus, pela força para superar as dificuldades e pelas oportunidades proporcionadas em minha vida.

A Universidade Federal de São João del-Rei e ao Departamento de Matemática e Estatística, pela oportunidade de realizar o curso.

Ao meu esposo, Airton, que me incentivou e apoiou em todos os momentos.

Aos meus filhos, que pacientemente aceitaram dividir o meu tempo entre eles e meus estudos.

Agradeço também as minhas colegas de turma, que apesar de um curso a distância, estiveram sempre presentes em minha trajetória.

Aos meus tutores presenciais que tornaram meu caminho menos árduo e foram socorro em momentos de angústia.

A minha orientadora Prof.<sup>a</sup> Dr. Andréa Cristiane dos Santos Delfino, pela paciência na orientação, por suas correções e pelo incentivo que tornaram possível a conclusão deste trabalho.

E a todos que direta ou indiretamente fizeram parte da minha formação, muito obrigada.

## RESUMO

O presente trabalho tem como um dos objetivos abordar a utilização de jogos no ensino de probabilidade, destacando o uso dessa ferramenta pedagógica como estímulo e facilitador de aprendizado do aluno. Primeiramente, voltaremos ao passado, buscando compreender o início dos estudos da probabilidade. Em seguida, serão apresentadas as definições e teorias da probabilidade. Na sequência será apresentado um apanhado teórico que aponta a importância do uso do lúdico na sala de aula e como essa atividade pode transformar o ensino da matemática, sobretudo o ensino de probabilidade. Por meio da revisão bibliográfica ficou evidenciada a importância da utilização desta ferramenta. Sendo assim, neste trabalho também será apresentada uma proposta de jogo, utilizando-se esta temática. Esta proposta didática faz uma adaptação do jogo conhecido como Bingo. Ao se refletir sobre a proposta, foi pensado em um jogo de execução simples e que ao mesmo tempo introduzisse os conceitos básicos da probabilidade. A escolha de adaptar o jogo de bingo, por se tratar de um jogo de azar, também ajuda a explicar o início dos estudos da Probabilidade e o acaso.

**Palavras-chave:** Proposta Didática, Jogos, Probabilidade.

## **ABSTRACT**

This work is one of the objectives address the use of games in the probability of teaching, highlighting the use of this pedagogical tool as a stimulus and student learning facilitator. First, we return to the past, trying to understand the beginning of probability studies. Next, will be presented the definitions and theories of probability. Following is presented a theoretical overview that highlights the importance of recreational use in the classroom and how this activity can transform teaching of mathematics, especially the teaching of probability. Through literature review the authors emphasize the importance of using this tool. Thus, this work will also be presented a set of proposed using this theme. This didactic proposal is an adaptation of the game known as Bingo. To reflect on the proposal has been designed in a simple running game and at the same time introduce the basic concepts of probability. The choice to adapt the bingo game, because it is a game of chance also helps explain the early Probability studies and chance.

**Keywords:** Didactic Proposal, Games, Probability.

## SUMÁRIO

Resumo .....	i
Abstract .....	ii
<b>1. Introdução .....</b>	<b>1</b>
<b>2. A história da probabilidade.....</b>	<b>2</b>
2.1 O início de tudo.....	2
2.2 O acaso, os jogos e outros fenômenos.....	2
2.3 O problema dos pontos (divisão das apostas).....	3
2.4 Os próximos passos.....	5
<b>3. A teoria da probabilidade.....</b>	<b>6</b>
3.1 Experimento aleatório.....	6
3.2 Conceitos básicos da probabilidade.....	7
3.2.1 Espaço Amostral.....	7
3.2.2 Evento.....	7
3.3 Definição de probabilidade.....	8
3.3.1 Probabilidade clássica.....	8
3.3.2 Principais teoremas da probabilidade.....	8
3.3.3 Probabilidade de um evento num espaço equiprovável.....	8
3.3.4 Probabilidade condicional.....	9
3.4 Teorema do produto.....	9
3.5 Teorema de Bayes.....	10
<b>4. O uso de jogos no ensino da probabilidade.....</b>	<b>10</b>
4.1 O uso de jogos como ferramenta de ensino e aprendizado.....	10
4.2 A importância de aprender/ensinar probabilidade.....	12
4.3 Alguns exemplos de jogos, utilizados como ferramenta no processo de ensino- aprendizado.....	13
4.3.1 Travessia do rio, uma proposta para os anos iniciais do ensino fundamental...	13
4.3.2 General ou Bozó, uma proposta para os anos finais do ensino fundamental.	15
4.3.3 Batalha Naval, uma proposta para o ensino médio.....	17
4.4 A Opinião de quem já usou jogos no ensino de probabilidade.....	19
4.4.1 Resultados de algumas pesquisas.....	19
4.4.2 O jogo pode/deve ser usado no ensino de probabilidade? .....	23



<b>5. Uma proposta para a sala de aula.....</b>	<b>23</b>
<b>6. Considerações Finais.....</b>	<b>26</b>
<b>Referências Bibliográficas.....</b>	<b>28</b>

## 1. INTRODUÇÃO

A Matemática é uma disciplina que não é vista com bons olhos pela maioria dos estudantes, definida por eles, como chata e difícil. O ensino tradicional caracterizado pelo modelo do professor como um transmissor do conhecimento, com os conteúdos sendo repassados de maneira mecânica, com a utilização de fórmulas e a resolução exaustiva de exercícios, parece contribuir com essa visão que os alunos mantêm durante anos. Muitos estudos defendem um modelo de ensino que torne o aluno mais participativo e corresponsável pelo próprio aprendizado, buscando didáticas de ensino que estimulem o interesse, levando o estudante a construir os conceitos matemáticos, ao invés de recebê-los prontos.

As dificuldades apontadas para a disciplina de Matemática estendem-se também aos conteúdos e conceitos relacionados à probabilidade. A probabilidade é o ramo da matemática que cria, elabora e pesquisa modelos para estudar experimentos ou fenômenos aleatórios, seu estudo costuma trazer desconforto aos estudantes e também aos professores.

O ensino de Probabilidade é recomendado desde os primeiros anos da educação básica, pois os conhecimentos e as habilidades adquiridos, ao longo dos anos, contribuem na formação do aluno como cidadão.

Para promover um processo de ensino-aprendizado mais atrativo aos alunos, profissionais da área de educação começaram a utilizar atividades lúdicas em suas aulas, incluindo nesse meio os jogos, como uma opção de ferramenta de ensino, procurando proporcionar uma educação matemática mais prazerosa e de maior qualidade.

Ao lembrarmos que a origem dos estudos probabilísticos ocorreu na tentativa de entender e analisar jogos de azar, fazer o uso de jogos em seu ensino, é trabalhar com a essência e o fundamento da probabilidade.

No decorrer do trabalho, veremos a possibilidade do uso de jogos no ensino da probabilidade. A importância do planejamento do professor ao escolher o momento de usar essa metodologia de ensino e as adaptações que professor e aluno precisam realizar, para o sucesso no processo de ensino-aprendizado. Destaca-se ainda, que o uso de jogos como ferramenta de ensino além de facilitar o aprendizado, estimula a atenção, a concentração, a autoconfiança, a socialização e o respeito às normas e regras.

Diante do exposto, o objetivo deste trabalho é apresentar um referencial teórico sobre probabilidade, uma breve revisão sobre jogos no ensino de probabilidade e por fim, uma proposta de jogo, visando contribuir no processo ensino-aprendizagem.

## 2. A HISTÓRIA DA PROBABILIDADE

### 2.1 O início de tudo.

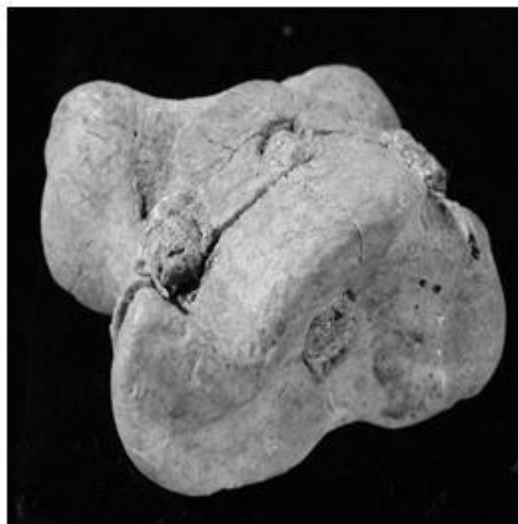
A probabilidade surgiu da curiosidade do homem em estudar os fenômenos que envolviam possibilidades. Suspeita-se que esses estudos foram iniciados com o objetivo de se entender e analisar os jogos de azar, ainda na Idade Média. Além dos jogos, outro estímulo para o estudo da probabilidade foi o estudo de fenômenos causados pelo acaso. O desenvolvimento das teorias da probabilidade e os avanços dos cálculos probabilísticos devem ser atribuídos a vários matemáticos ao longo da sua história.

### 2.2 O acaso, os jogos e outros fenômenos.

São considerados jogos de azar, jogos onde a possibilidade de ganhar ou perder não dependem da habilidade do jogador, mas sim do “acaso”. O “acaso” foi definido por Viali (2008, p. 144) como “ [...] um conjunto de forças, em geral, não determinadas ou controladas, que exercem individualmente ou coletivamente papel preponderante na ocorrência de diferentes resultados de um experimento ou fenômeno”. Ao nomear os jogos como jogos de azar, não se pretende associar o jogo a "má sorte", mas sim dizer que o resultado dos jogos é fruto do "acaso".

Os povos da Mesopotâmia e do Egito Antigo ligavam o acaso à vontade dos deuses ou outros fenômenos sobrenaturais. Alguns matemáticos como Jacob Bernoulli (1654-1705), Pierre-Simon Laplace (1749-1827) e Antoine Augustin Cournot (1801 – 1877) procuraram compreender e definir o acaso, mas o entendimento que o acaso é um fenômeno natural só ocorreu depois de um longo tempo. (Coutinho, 2007).

Segundo Viali (2008) um dos primeiros jogos que influenciaram o estudo da probabilidade foi o Tali, que era praticado com o astrálogo. O astrálogo era um osso do calcanhar de um animal, semelhante a um tetraedro irregular, suas faces não eram idênticas e possuía os lados: côncavo, convexo, plano e sinuoso. Cada lado era numerado com valores diferentes, os maiores recebiam o 3 e o 4, e os demais 1 e 6. Os números 2 e 5 não eram utilizados. A Figura 1 é um exemplo de astrálogo, que é considerado o antecessor do dado.



**FIGURA 1** - Osso Astrálogo

Fonte: Calabria; Cavalari, 2013, p. 5

Outros exemplos de jogos onde o acaso determina o resultado são os jogos de moedas, dados, cartas de baralho e roletas.

Ainda segundo Viali (2008), além de estar relacionado com os jogos de azar, o “acaso” está relacionado a outros fenômenos que incitaram o estudo e a origem da probabilidade, como a origem dos seguros, quando se estudava a probabilidade de ocorrer acidentes marítimos. Comerciantes mesopotâmicos e fenícios procuravam diminuir os prejuízos causados ao perderem suas cargas nos naufrágios e roubo dos navios. Não se tem explicações das técnicas usadas pelas antigas seguradoras. Mas sabe-se que antes de sua chegada ao mundo moderno, romanos e gregos também utilizaram o recurso para evitar prejuízos. Os seguros tiveram a contribuição do matemático Daniel Bernoulli (1700 - 1782), que trouxe o embasamento matemático e científico para as seguradoras.

### 2.3 O problema dos pontos (divisão das apostas).

Utilizando os jogos como explicação para o início da probabilidade, Gadelha relata situações do início da Idade Antiga (4000 a.C. - 476 d.C):

A humanidade tem lidado com a incerteza desde épocas as mais remotas na tentativa de obter vantagens em disputas e evitar perdas advindas de fatores imprevisíveis. Há milhares de anos jogos de azar têm sido parte de nossa civilização. Pinturas em tumbas egípcias feitas em 3500 a.C mostram pessoas jogando uma forma primitiva de dados feitos de um osso do calcânhar de nome astragalus. (GADELHA, 2004, p. 2)

Em 1494, Frei Luca Paccioli(1445 – 1517) apresentou o problema dos pontos, considerado como o problema fundador dos cálculos probabilísticos. Nesse problema, tentava determinar a divisão do bolo de apostas quando o jogo era interrompido antes de chegar ao final. Calabria e Cavalari descrevem o problema:

[...] um jogo equitativo termina quando um dos jogadores vence seis partidas. Suponha-se que por algum motivo o jogo tenha que ser interrompido, e neste momento, o primeiro jogador tenha sido vencedor em cinco partidas e o segundo em apenas três. Como as apostas devem ser repartidas? [...] (CALABRIA; CAVALARI, 2013, p. 8)

Frei Paccioli defendia que para solucionar a questão, os dois jogadores deveriam dividir as apostas na proporção 5 por 3, (CALABRIA; CAVALARI, 2013)

Instigados pelo problema, os também matemáticos italianos Niccolo Fontana (1499-1557), conhecido como Tartaglia e Girolamo Cardano (1501-1576) procuraram solucionar o problema dos pontos.

De acordo com Calabria e Cavalari (2013), Tartaglia em sua obra *General Trattato* (Tratado Geral), de 1556, afirmou que a solução proposta por Frei Paccioli poderia não ser correta, o que foi confirmado posteriormente.

Cardano era conhecido como admirador do jogo de dados e, em 1663, publicou uma obra, *Liber de Ludo Alae* (Livro de jogos de azar), considerado um manual de jogos. Aliando o gosto pelos jogos e seus conhecimentos matemáticos, introduziu técnicas de cálculo de probabilidade, definindo a probabilidade de evento como sendo a razão entre o número de resultados favoráveis e o número de possíveis resultados, e dá indicações da importância de métodos combinatoriais no desenvolvimento de uma teoria de probabilidade, (GADELHA,2004).

Outro italiano que escreveu um livro sobre jogos e suspeita-se que tenha tentado realizar cálculos de probabilidade foi Galileu Galilei (1564-1642), mas ficou conhecido por identificar os erros nas observações astronômicas, que ficou conhecido como a distribuição normal. Embora os italianos tenham dado o pontapé inicial para resolução do problema dos pontos, foram os franceses que obtiveram êxito na tarefa. Antoine Gombauld (1610 – 1685), conhecido como Chevalier de Méré (cavalheiro de Méré), era um simpatizante dos jogos, levou a Blaise Pascal (1623-1662) o problema de Frei Paccioli. Pascal encontrou uma

solução para o problema e através de cartas, noticiou a outro matemático francês Pierre Fermat (1601-1665), (VIALI, 2008).

Gadelha (2004) relata que em 1654, iniciou-se uma série de correspondência entre os dois matemáticos, discutindo qual seria a solução para a divisão das apostas. Em 1679, na cidade francesa de Toulouse, foram publicadas essas cartas, que são consideradas o marco do desenvolvimento da teoria matemática da probabilidade e onde foram conhecidos os métodos para resolver o problema dos pontos. Gadelha (2004) ainda explica como Pascal resolveu o problema:

Pascal determinou a solução do problema de Paccioli usando esse triângulo aritmético, obtendo o resultado que se ao jogador A faltam  $m$  pontos para ganhar e a B faltam  $n$  pontos, então a razão das probabilidades de ganharem é dada por:

$$\frac{P(A)}{P(B)} = \frac{\binom{m+n-1}{0} + \dots + \binom{m+n-1}{n-1}}{\binom{m+n-1}{0} + \dots + \binom{m+n-1}{m-1}}$$

O prêmio deve então ser dividido nesta proporção (GADELHA, 2004, p. 5).

#### 2.4 Os próximos passos.

Viajando pela França, em 1655 o holandês Christiaan Huygens (1629-1695) tomou ciência das resoluções de Pascal e Fermat. Interessado pelo assunto, ao retornar a Holanda realizou a publicação da primeira obra em teoria de probabilidade, em 1657, *Ratiociniis in Ludo Aleae*. Nessa obra além de retratar o problema dos pontos, descreveu outros problemas relacionados a jogos de azar, inclusive um problema envolvendo a retirada de bolas coloridas de uma urna. Huygens demonstrava que não estava apenas descrevendo jogos, mas os fundamentos de uma teoria. Coutinho conclui:

Para concluir sobre o enfoque combinatório da probabilidade, fundamentado na hipótese da equiprobabilidade, a definição clássica não foi formulada nem por Pascal nem por Fermat, nem mesmo por Huygens. Ela foi indicada e utilizada por J. Bernoulli com virtuosidade, desde o final do séc. XVII. (COUTINHO, 2007, p. 60)

De acordo com Viali (2008), Jacob Bernoulli (1654 – 1705), matemático suíço, procurou desassociar a probabilidade dos seguros e dos jogos de azar, procurando assim, iniciar uma sistematização da probabilidade, sendo responsável por um dos primeiros teoremas da teoria da probabilidade denominado “lei dos grandes números”, onde relata que quanto maior o número de vezes se realiza uma experiência, a probabilidade observada se torna mais próxima da real. A obra de Bernoulli, *Ars Conjectandi*, só foi publicada após sua morte em 1713. Nos anos seguintes o inglês Abraham de Moivre (1667 - 1754) publicou algumas obras, aprofundando-se nos estudos da probabilidade. Aproximadamente três séculos após o surgimento do problema dos pontos chegamos as publicações de um matemático francês, Pierre Simon Laplace (1749-1827). Nas obras *Essai Philosophique sur lês Probabilités*, de 1814 e *Théorie Analytique dês Probabilités*, Laplace apresentou uma compreensão teórica, a definição da probabilidade e a primeira demonstração axiomática do cálculo de probabilidades. Depois das publicações de Laplace vários matemáticos começaram a demonstrar interesse pelos cálculos probabilísticos, como o suíço Leonhard Euler (1707-1783) e o alemão Johann Carl Friedrich Gauss (1777 - 1855), o suíço Leonhard Euler (1707 - 1783), entre outros, que aprofundaram os estudos, e tornaram possível a apresentação de novos teoremas e sua variedade de aplicações.

### **3. A TEORIA DA PROBABILIDADE**

A teoria das probabilidades é o ramo da matemática que cria, elabora e pesquisa modelos para estudar experimentos ou fenômenos aleatórios.

#### **3.1 Experimento aleatório.**

Segundo Smole e Diniz (2005), experimento aleatório é o experimento ou fenômeno que, mesmo repetido várias vezes, sob condições semelhantes, apresentam resultados imprevisíveis, dentre os resultados possíveis. Hazzan (1977) completa esse pensamento, afirmando que as variações de resultados, de experimento para experimento, são devidas ao acaso.

São exemplos de experimentos aleatórios:

- Lançamento dados e moedas
- Resultado de um jogo de roleta
- Número de peças defeituosas fabricadas por uma máquina

## 3.2 Conceitos básicos da probabilidade.

### 3.2.1 Espaço amostral

É o conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento aleatório. Viali lembra que há mais de uma maneira de denotarmos esse conjunto, podendo denotar-se por  $S$ ,  $E$  ou  $\Omega$ .

Um dos exemplos citados por Viali, é o lançamento de dados. Joga-se um dado e observa-se o número obtido na face superior. Os resultados possíveis para esse experimento, é o conjunto  $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ .

O espaço amostral pode ser classificado em: Finito, Infinito, Enumerável e não-enumerável. Além dessas classificações, há também o espaço amostral equiprovável.

### 3.2.2 Evento

Ferreira (2012) define o evento como um conjunto que contém os resultados de um experimento, o evento é um subconjunto do espaço amostral. Esse subconjunto pode ser nomeado com as letras maiúsculas do nosso alfabeto,  $A, B, C, \dots, Z$ .

Exemplo:

Usando o exemplo anterior, o lançamento de dados, temos definido o seu espaço amostral,  $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Mas se dentre esses possíveis resultados, for questionado os resultados que poderão ser múltiplos do número 3. Temos assim um subconjunto  $A = \{3, 6\}$ .

Ainda segundo Ferreira (2012), esses eventos podem ser classificados em eventos mutuamente exclusivos e eventos independentes. Os eventos mutuamente exclusivos são aqueles que não podem ocorrer juntos, ou seja, se  $A \cap B = \emptyset$ . Os eventos independentes, acontecem quando em dois eventos  $A$  e  $B$ , a probabilidade que eles ocorram simultaneamente for igual ao produto entre a probabilidade de cada um deles, ou seja,  $P(A \cap B) = P(A) P(B)$ .

Lembrando que os eventos são, na verdade, subconjuntos do espaço amostral. Viali esclarece que nesses subconjuntos podem ser executadas operações entre eventos, como a união, intersecção, diferença e complementos de subconjuntos.



### 3.3 Definição de probabilidade.

#### 3.3.1 Probabilidade clássica:

Correa (2003) define a probabilidade clássica, tomando um experimento aleatório “E” e um espaço amostral “S”, e nomeando a probabilidade do evento de “A”, de  $P(A)$ . A  $P(A)$  é uma função definida em S (espaço amostral), que associa cada evento a um número real e que satisfaça aos seguintes axiomas:

- $0 \leq P(A) \leq 1$
- $P(S) = 1$
- Se A e B forem eventos mutuamente exclusivos,  $A \cap B = \emptyset$ , então:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \quad (1)$$

#### 3.3.2 Principais teoremas da probabilidade:

1 – Se  $\emptyset$  é o conjunto vazio (evento impossível), então  $P(\emptyset) = 0$ .

2 – Teorema do evento complementar: Se  $A^c$  é o complemento do evento A, então:

$$P(A^c) = 1 - P(A) \quad (2)$$

3 – Teorema da soma: Se A e B são dois eventos quaisquer, então:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad (3)$$

Se tomássemos apenas  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ , estaríamos considerando duas vezes a probabilidade de interseção.

#### 3.3.3 Probabilidade de um evento num espaço equiprovável:

De acordo com Correa (2003), se todos os eventos de um espaço amostral tiverem a mesma probabilidade de ocorrer, temos um espaço equiprovável. Se os “n” eventos são equiprováveis, a probabilidade de cada um acontecer é  $\frac{1}{n}$ . Isso ocorre com o baralho, no qual a chance de tirar uma carta de um naipe é igual para qualquer que seja esse naipe.

A definição da probabilidade de um evento num espaço equiprovável dá-se pelo quociente do número elementos do evento A, segundo a Equação (4).

$$P(A) = \frac{\text{número de casos favoráveis do evento}(A)}{\text{número total de casos}} = \frac{n(A)}{n(S)} \quad (4)$$

### 3.3.4 Probabilidade condicional:

Segundo Viali, a probabilidade condicional ocorre quando dois eventos A e B, de um espaço amostral S, são associados a um experimento E, e  $P(A) > 0$ . Ou seja, probabilidade condicional é um segundo evento de um espaço amostral S, que acontece após já ter ocorrido o primeiro. Considerando o espaço amostral S e o evento A desse espaço, se tivermos outro evento B nesse espaço amostral S, essa nova probabilidade é indicada por  $P(A|B)$  e nomeamos como a probabilidade condicional de B em relação e A. É definida por:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}, \quad P(B) \neq 0 \quad (5)$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}, \quad P(A) \neq 0 \quad (6)$$

### 3.4 Teorema do produto.

Segundo Fonseca e Martins (2006), o teorema do produto pode ser estabelecido a partir da definição da probabilidade condicional. Tomando dois eventos A e B, a probabilidade da ocorrência simultânea desses dois eventos, será igual à probabilidade de um deles pela probabilidade condicional do outro, dado o primeiro. Sendo assim:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow P(A \cap B) = P(B)P(A|B) \quad (7)$$

$$P(B | A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow P(A \cap B) = P(A)P(B | A) \quad (8)$$

### 3.5 Teorema Bayes.

Segundo Correa (2003), dados os eventos  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ , com  $n$  eventos mutuamente exclusivos tais que  $A_1 \cup A_2 \cup A_3 = S$ . Sendo  $A_i$  as probabilidades conhecidas dos vários eventos e  $B$  um evento qualquer de  $S$ , todas as probabilidades condicionais  $P(B/A_i)$  são assim conhecidas:

$$P(A_i | B) = \frac{P(A_i)P(B | A_i)}{P(A_1)P(B | A_1) + P(A_2)P(B | A_2) + \dots + P(A_n)P(B | A_n)} \quad (9)$$

## 4. O USO DE JOGOS NO ENSINO DA PROBABILIDADE

A matemática é um dos maiores “monstros” a ser enfrentado pelos alunos, sendo apontada como chata e difícil. Conseguir meios que facilitem o processo de ensino-aprendizagem é um desafio constante do professor. O uso de atividades lúdicas e jogos podem servir como ferramenta nesse processo, além de estimular nos alunos a atenção, a concentração, a autoconfiança, a socialização e o respeito às normas e regras.

### 4.1 O uso de jogos como ferramenta de ensino e aprendizado.

Para Fiorentini (1995) a forma como o professor imagina a matemática, determina como este a ensina. Professores que entendem a matemática apenas como uma ciência exata, que obedece a uma lógica, espera que o aluno aprenda através da memorização de regras e conceitos repassados pelo professor e também pela repetição da realização de exercícios. Já professores que creem que a matemática é uma ciência viva e que é constantemente construída, utilizam métodos diferenciados no seu processo de ensino-

aprendizagem, acreditando que o aluno aprende com a construção de conceitos, situações problemas e a contextualização do saber matemático.

Segundo Silva e Kodama (2004), o uso de outros materiais, que não sejam os habituais: lousa, cadernos, livros proporcionam aulas diversificadas, tornam possível que a matemática seja trabalhada de forma que cause prazer e alegria. Ao trazer o jogo para as atividades de sala de aula, o professor procura atrair a atenção e o interesse do aluno, principalmente dos alunos que encontram alguma dificuldade e muitas vezes não conseguem entender o conteúdo quando apresentado tradicionalmente. Através desta atividade ele é desafiado por situações e problemas que o estimulam a pensar rápido, obrigando-o a se organizar, e planejar para dar um próximo passo, ir criando estratégias para seguir em frente no jogo. Silva e Kodoma relatam:

[...] a participação em jogos de grupo permite conquista cognitiva, emocional, moral e social para o estudante, uma vez que poderão agir como produtores de seu conhecimento, tomando decisões e resolvendo problemas, o que consiste um estímulo para o desenvolvimento da competência matemática e a formação de verdadeiros cidadãos. (SILVA; KODOMA, 2004, p. 3)

De acordo com Moura (1992), a escolha do jogo e a intenção de como será utilizado, deverá sempre propiciar a aprendizagem. O tipo de jogo e o momento a ser aplicado, fazem parte de um planejamento essencial para que o mesmo atinja seu objetivo e se torne facilitador de aprendizado de um conteúdo ou uma habilidade. Ao levar essa proposta para sala de aula o professor precisa ter um objetivo a ser alcançado e conhecer as diversas possibilidades deste recurso, para orientar e conduzir seus alunos a ter o êxito esperado.

Silva e Kodoma (2004) destacam que ao optar por usar jogos como ferramenta de ensino, o professor passará a ter um novo papel dentro da sala de aula. Se com o ensino tradicional o professor tem um papel de detentor e comunicador do conhecimento, ao utilizar jogos como metodologia de ensino, o mesmo passa a ser um mediador, observando, estimulando e organizando o processo de aprendizado do aluno. Assim como o aluno, que deixa de ser um espectador da aula, assistindo o professor apresentar o conteúdo, passando a ter um papel diferente, mais participativo e questionador.

Ainda segundo Silva e Kodoma (2004), apesar da participação do aluno no próprio aprendizado, a presença e orientações do professor são indispensáveis, pois, é através das situações por ele apresentadas e de seus questionamentos, que o aluno iniciará

suas descobertas e reflexões sobre erros e acertos. Ao planejar o uso de jogos o educador deve estar preparado para situações inesperadas. O estudante, estimulado pelo jogo, pode apresentar dúvidas e situações que não apareceriam em uma aula tradicional. O silêncio, normalmente exigido pelo professor também não é mais possível, pois o diálogo e a troca de experiências dos alunos contribuem no processo de ensino-aprendizado. O uso de jogos não traz garantias de sucesso imediato, é preciso que o professor tenha paciência para colher os frutos desse trabalho.

#### 4.2 A importância de aprender/ensinar probabilidade.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (apud LOPES; REZENDE, 2010) definem que no estudo de probabilidade, o aluno deve compreender que muitos dos acontecimentos do cotidiano, ocorrem de forma aleatória. E que existe a possibilidade de calcular os prováveis resultados desses acontecimentos. Estabelece ainda que as noções de acaso podem ser explorados na escola, em situações nas quais o aluno realiza experimentos e observa eventos.

De acordo com Lopes (2008), a importância do ensino da probabilidade e da estatística é objeto de pesquisas, destacando a relevância de o aluno aprender esse tema. Nas propostas curriculares de matemática, de vários países o assunto é retratado, realçando que o estudo da probabilidade e da estatística é importante nas ocorrências do dia a dia, como analisar índices do custo de vida, realizar sondagens, além de fundamentar e possibilitar a agilidade nas tomadas de decisões.

Lopes (2010) retrata que os currículos de educação matemática abordam muitas vezes o ensino de probabilidade e estatística de forma interligada. Nos Parâmetros Curriculares Nacional no Brasil, as orientações sobre esses temas aparecem em um bloco denominado “Tratamento das Informações” e indicam que os estudos de probabilidade e estatística sejam inseridos na educação básica desde os anos iniciais da escolaridade.

O ensino de probabilidade precisa ultrapassar o contexto escolar, preparando o aluno para enfrentar essas situações, as quais, os conhecimentos e habilidades adquiridos sejam utilizados em seu cotidiano. Contribuindo assim na formação de cidadãos autônomos, capazes de pensar e agir e ter senso crítico diante das diversas circunstâncias, (FERNANDES; JUNIOR, 2010).

Conforme Lopes (2008), um dos obstáculos encontrados no ensino de probabilidade na educação básica está na formação de professores. Durante sua formação

falta um trabalho sistemático na área de estocástica, termo utilizado para tratar a probabilidade integrada à estatística, não conseguindo assim adquirir os conhecimentos e confiança necessários para trabalhar com o tema em sala de aula. Lopes (2008) defende ainda, que essa formação deve prever um processo de ensino-aprendizado através de resolução de problemas, simulações e experimentos. Buscando assim um ensino que possibilite ao aluno um entendimento intuitivo e também o formal, visando aprimorar as habilidades e conhecimento.

Segundo Coutinho (apud RIBEIRO; GOULART, 2013) a construção dos conceitos de probabilidade tem início com o entendimento de três noções básicas: a percepção do acaso, a ideia de experimento aleatório e a noção de probabilidade. Noções essas, que irão fundamentar os conceitos de probabilidade e a compreensão das diferentes concepções de probabilidade destacando-se na educação básica a concepção clássica e a concepção frequentista.

Lopes e Rezende (2010) relatam que concepção clássica, a definição de Laplace, possui forte conexão com o raciocínio combinatório, lembrando que essa definição só é válida quando o Espaço Amostral possui um número finito de elementos e os eventos são equiprováveis. Ribeiro e Goulart (2013) ressaltam que essa concepção está relacionada aos jogos de azar. Já a concepção frequentista é definida por Lopes e Rezende (2010) como a probabilidade obtida por um processo de experimentação e simulação. Ribeiro e Goulart (2013) explicam que mesmo os jogos de azar, quando são repetidos inúmeras vezes, levam a uma proporção de vezes que um evento ocorre, em condições idênticas.

4.3 Alguns exemplos de jogos, utilizados como ferramenta no processo de ensino-aprendizado.

[...] as situações de jogo em sala de aula bem como os problemas propostos representam possibilidades importantes para os momentos de problematização e interações, propiciando a apropriação de conceitos e de linguagens matemáticas e estas por sua vez contribuem para a circulação e produção de significações nas aulas de matemática. (LUVISON; SANTOS, 2013, p. 2)

**EXEMPLO 4.3.1** - Travessia do rio, uma proposta para os anos iniciais do ensino fundamental.

Luvison e Santos (2013) trazem uma proposta para introduzir a probabilidade nos anos iniciais do ensino fundamental, o jogo Travessia do rio, produzido pela Associação

de Professores de Matemática de Portugal. O material é simples podendo ser confeccionados pelos próprios alunos.

Material do jogo:

- 2 dados cúbicos, com faces numeradas de 1 a 6;
- 2 conjuntos de 12 fichas iguais, cada um de uma cor.
- 1 tabuleiro

O tabuleiro deverá ter o formato:

Rio	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

FIGURA 2 - Tabuleiro jogo Travessia do Rio  
Fonte: Luvison; Santos, 2013, p. 7.

Regras:

- Cada jogador coloca as suas fichas, numa das margens do rio, da maneira que quiser, podendo pôr mais do que uma na mesma casa, deixando outras vazias.
- Alternadamente, os jogadores lançam os dois dados e calculam a soma obtida.
- Se a soma corresponder a uma casa, a qual esteja as suas fichas, na margem respectiva, passar uma delas para o outro lado do rio.
- Ganha quem conseguir passar primeiro todas as fichas para o outro lado.
- Inicia o jogo quem obter o maior resultado da soma dos dados.

Batista e Borba (2015) enfatizam que este jogo abrange principalmente, o espaço amostral, o conjunto completo de possibilidades, e a aleatoriedade que está relacionada à incerteza, pois não se pode prever exatamente qual a soma acontecerá. O professor no seu papel de incentivar a reflexão e o conhecimento pode realizar perguntas, como as que leve a criança a percepção e análise da chance igual e da chance diferente de ocorrência de um evento, evento impossível, evento pouco provável, espaço amostral, eventos equiprováveis, independência de eventos e aleatoriedade.

**EXEMPLO 4.3.2** - General ou Bozó, uma proposta para os anos finais do ensino fundamental.

Segundo Piano e Toillier (2010) o jogo Bozó é semelhante ao jogo de dados francês Yam e também com o General. É popular nos estados do Mato Grosso e Mato Grosso do Sul. É um jogo que envolve estratégia e sorte. Sorte, pois serão cinco dados lançados simultaneamente e a estratégia que o aluno precisará para desenvolver a melhor combinação.

Cardoso e Moreira (2009) realçam que pode ser aplicado nos anos finais do ensino fundamental, e durante as jogadas serão utilizadas as operações de adição e multiplicação e introduzem aos conceitos de análise combinatória e probabilidade.

Material do jogo:

- Cinco dados
- Um copo opaco
- Um tabuleiro para cada jogador, que poderá ser confeccionado pelo próprio aluno em folha de papel simples,
- Caneta / Lápis

Formato do tabuleiro e as pontuações correspondentes:

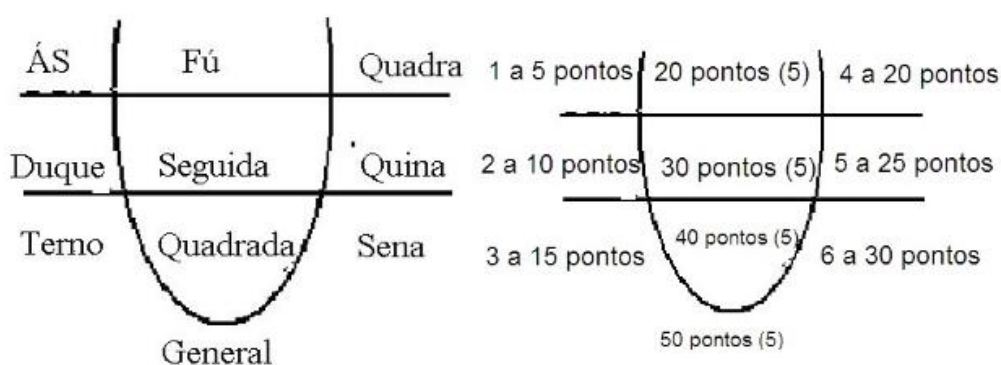


FIGURA 3 - Tabuleiro jogo Bozó  
Fonte: Piano; Toillier, 2010, p. 7



Regras:

- Número de participantes: Dois ou mais jogadores. Porém não se recomenda mais de três jogadores, pois torna o jogo lento.
- Os participantes jogam alternadamente, sempre na mesma ordem, que deve ser estabelecida antes do início da partida.
- Cada participante poderá fazer até três lançamentos de dados por rodada, fazendo a melhor combinação dos resultados e parar quando conseguir a pontuação que lhe satisfazer.
- Quando jogar o dado pela primeira vez, o jogador poderá separar os dados que lhe convém e jogar somente os dados que sobraram. Isso poderá ser feito também na segunda tentativa. Sendo marcado em seu tabuleiro apenas o resultado final da jogada.
- Antes de o jogador ver sua jogada, ou seja, antes de levantar o copo, ele pode pedir BAIXO, fazendo isso, servirá somente as faces de baixo do dado.
- O jogo termina quando todas as casas forem preenchidas.
- Ganha quem obter a maior pontuação.

Pontuação:

- Ás: soma dos resultados 1 (1 a 5 pontos);
- Duque: soma dos resultados 2 (2 a 10 pontos);
- Terno: soma dos resultados 3 (3 a 15 pontos);
- Quadra: soma dos resultados 4 (4 a 20 pontos);
- Quina: soma dos resultados 5 (5 a 25 pontos);
- Sena: soma dos resultados 6 (6 a 30 pontos).
- Fú: dois resultados iguais e três resultados iguais, por exemplo, em dois dados são obtidos 3 e nos demais 5 (20 pontos)
- Seguida: cinco resultados na sequência numérica: 1, 2, 3, 4 e 5 ou 2, 3, 4, 5 e 6 (30 pontos)
- Quadrada: quatro dados com o mesmo resultado e uma diferente (40 pontos).
- General: cinco dados com o mesmo resultado (50 pontos)

Boca: é quando o jogador consegue na primeira tentativa, marcar nas casas centrais: Fú, Seguida, Quadrada e General, ganhando assim cinco pontos de bônus.

De acordo com Piano e Toillier (2010), para que os alunos conheçam o jogo e suas regras, o professor deve ensinar o jogo sem a aplicação dos conceitos matemáticos. Quando estiverem seguros para realizar as jogadas, o professor deve intervir, questionando sobre as possíveis jogadas e suas consequências. Alguns questionamentos, sobre as chances de acontecer um Fú, um General? Se em dois lançamentos, se obter dois 4 e dois 5, ainda a chance de se obter um Fú? Trabalhando assim de forma lúdica os conceitos de espaço amostral, evento, probabilidade de ocorrência ou não de um evento.

O jogo Bozó é uma forma de apresentar esse importante conteúdo matemático por meio de atividades diferenciadas usando os dados. (PIANO; TOILLIER, 2010)

### **EXEMPLO 4.3.3** - Batalha Naval, uma proposta para o ensino médio.

Cardoso e Moreira (2009) e Piano e Toillier (2010) relembram e destacam o estudo da probabilidade com o uso de dados e também de moedas, e que mesmo nos dias atuais, com a presença de diversos equipamentos eletrônicos, os jogos com dados ainda fazem sucesso com os alunos. Diferenciando-se dos exemplos anteriores onde foram utilizados jogos com dados, Santos (2013) apresenta uma proposta que utiliza o jogo Batalha Naval.

Conforme Santos (2013), o jogo batalha naval é um jogo popular, possuindo assim algumas variações. É importante que o aluno esteja ciente de todas as regras. Na versão apresentada, são dois jogadores, que posicionam seus aparatos navais no cenário de representação matricial, com as colunas sendo identificadas pelos números de 1 a 10 e linhas, identificadas com as letras de A a J. Os aparatos navais de cada jogador já têm prédefinido a quantidade e o tamanho, representados na tabela abaixo:

TABELA 1 - Aparatos do Jogo Batalha Naval

<b>Aparato</b>	<b>Quantidade</b>	<b>Tamanho</b>
Hidroavião	5	3
Submarino	4	1
Destróier	3	2
Cruzador	2	4
Porta-avião	1	5

Regras:

- Em cada jogada, o jogador poderá tentar 3 tiros consecutivos.
- A cada tiro, o jogador indicará a posição a ser atingida, informando o número da coluna e a letra da linha.
- O adversário deverá indicar se algum de seus aparatos foi atingido, a cada um dos tiros.
- O aparato naval é destruído quando toda a sua extensão for atingida.
- Vence o jogo que destruir os aparatos adversários primeiro.

Santos (2013) indica algumas situações-problemas, buscando levar o aluno a reflexão e desenvolver os conceitos relacionados a probabilidade. Em sua sugestão, explica que as situações problemas devem ser apresentadas na primeira jogada de um jogador, quando todas as posições dos aparatos navais são desconhecidas.

Situação problema 1: Qual a probabilidade de um jogador, no primeiro tiro, acertar um alvo?

Nessa situação são trabalhados os conceitos de espaço amostral e de evento.

Situação problema 2: Qual a probabilidade de um jogador, no primeiro tiro, acertar um alvo?

Além dos conceitos trabalhados na situação anterior, nessa questão pode se realizar a reflexão da probabilidade complementar.

Situação problema 3: Qual a probabilidade de um jogador acertar artefatos navais nos dois primeiros tiros?

A solução do problema possibilita ao aluno pensar sobre os eventos independentes.

Com esses e outros problemas Santos (2013) demonstra ser possível tratar de alguns conceitos de probabilidade utilizando os jogos, deixando claro que o professor como mediador e facilitador do conhecimento, tem liberdade de criar e recriar situações problemas a fim de se atingir o objetivo, a participação do aluno no processo de ensino-aprendizado.

As metodologias para o êxito do processo de ensino-aprendizado são inúmeras, a procura pela melhor forma de ensinar, a melhor ferramenta a ser usada no processo de ensino-aprendizado, serão constantes na vida do professor. Planejamento, capacitação

continua e dedicação, necessitam estar sempre presentes na vida do profissional de educação.

#### 4.4 A Opinião de quem já usou jogos no ensino de probabilidade.

Alguns estudiosos realizaram pesquisa para comprovar se o ensino de probabilidade com o uso de jogos tem eficiência ao ser aplicado em sala de aula. Nesta seção serão relatados alguns desses estudos.

##### 4.4.1 Resultados de algumas pesquisas.

###### **EXEMPLO 4.4.1.1**

Struminski (2016) expôs em sua dissertação, apresentada como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática, na Universidade Estadual de Ponta Grossa, sua pesquisa sobre a proposta didática de uso jogos no ensino de probabilidade. A investigação foi desenvolvida com os alunos de uma das turmas do 2º ano do Ensino Médio do ano de 2015, nos meses de agosto e setembro, de uma Escola Estadual localizada na cidade de Itararé/SP. A turma era composta por 20 alunos com idade entre 15 e 17 anos e que estudavam em período integral.

O objetivo do estudo realizado era averiguar as possíveis contribuições que o uso de jogos pode trazer para o processo de ensino-aprendizagem de probabilidade. O estudo foi realizado durante 30 aulas e contou com a apresentação dos conteúdos e conceitos considerados como pré-requisitos para o estudo de probabilidade, vídeos, atividade do caderno do aluno do Estado de São Paulo e diversos jogos, encerrando com a aplicação de um questionário e da avaliação bimestral.

Struminski (2016) destaca que os alunos demonstraram estar motivados e envolvidos com as atividades propostas. E durante a análise de desempenho dos alunos na Avaliação Bimestral, foi possível perceber que, de modo geral, os alunos assimilaram conceitos e procedimentos executados nas atividades propostas.

Em quadro contido no trabalho citado, é possível analisar que das 10 questões proposta na Avaliação Bimestral, em 8 questões a porcentagem de acerto foi maior que 77%.

A autora conclui que o uso de jogos em sala de aula é uma importante metodologia pedagógica que não só para o trabalho com probabilidade, mas também com outros conteúdos da disciplina de matemática.

#### **EXEMPLO 4.4.1.2**

Silva e Santos (2015) apresentaram no II Congresso Nacional de Educação, em Campina Grande/PB a pesquisa realizada com alunos do 7º período (equivalente ao 8º ano do ensino fundamental) da Educação de Jovens e Adultos de uma escola estadual da cidade de Coronel Ezequiel/RN, no período noturno. Os estudos foram realizados durante 2 aulas de 45 minutos, com alunos entre 15 e 20 anos de idade. Apesar de conter 23 alunos matriculados no dia da pesquisa estavam presentes apenas 4 alunos e os trabalhos foram realizados em 2 duplas.

O jogo utilizado na pesquisa foi o jogo denominado como Corrida dos Cavalos. Os resultados foram analisados a partir da visualização das jogadas e uma conversa com os alunos participantes.

As autoras concluíram que o jogo desenvolveu as ideias de possibilidade e probabilidades, possibilitando o aprendizado de conceitos sobre combinatória e probabilidade. Consideraram ainda que o jogo é um recurso importante nas aulas de matemática envolvendo os alunos no processo de construção do conhecimento matemático, de maneira tanto individual, como coletiva.

#### **EXEMPLO 4.4.1.3**

Dantas (2013) apresentou em seu Trabalho Conclusão de Curso na modalidade Mestrado Profissional, na Universidade Federal de Campina Grande. A pesquisa foi realizada em uma escola estadual do município de Jaçanã/RN com alunos de duas turmas do 2º Ano do Ensino Médio, do período da tarde, no ano de 2012. O grupo investigado era composto por 65 alunos, com idade entre 15 e 18 anos.

As atividades foram realizadas durante o 4º Bimestre, a participação dos alunos serviu como base para a atribuição das notas finais do semestre. Foram realizados e analisados diferentes tipos de atividades para o estudo, que iniciavam com o preenchimento de um questionário preliminar, a realização do jogo e para finalizar o preenchimento do formulário avaliativo.

Um dos exemplos dessas atividades, envolvia o jogo Mega Sena e um jogo adaptado para a sala de aula, o Mini Sena. No questionário preliminar foi percebido que os alunos não tinham noção da probabilidade de acertos do jogo da Mega Sena. Ao responderem o questionário avaliativo, pós-realização da atividade, mais de 80% dos alunos conseguiram calcular a probabilidade de ganhar no jogo Mini Sena e também o da Mega Sena, quando a aposta era feita com seis números. Em outros tipos de situação não

apresentaram mesmo êxito, encontrando dificuldades para calcular a probabilidade da quadra e da quina, por exemplo.

Em cada uma das atividades propostas o autor destaca os pontos de sucesso e de dificuldade nas atividades realizadas, baseando suas informações nos questionários respondidos, antes e depois da aplicação das mesmas. Ao final, Dantas (2013) recomenda o uso de jogos e atividades como uma metodologia de ensino, pois além de dinamizar as aulas, possibilita o aluno a fazer novas descobertas e contribuir no processo de ensino-aprendizagem.

#### **EXEMPLO 4.4.1.4**

Soukeff (2014) mostrou em sua dissertação apresentada como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática, na Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho, estudos realizados na Escola Manoel Garcia Leal, localizada no município de Paranaíba-MS.

A pesquisa foi realizada na turma do 3º ano noturno do Ensino Médio, no ano 2013, classe composta por 39 alunos matriculados. Porém, devido a evasão escolar e uma baixa frequência, a média de participantes nas atividades foi de 18 alunos. O autor optou por aplicar na sala o jogo Mega Duque, um jogo baseado no jogo Mega Sena, mas em escala menor, visando possibilitar aos educandos uma noção mais concreta, do sorteio de bolas numeradas e das possibilidades reais de ganho.

Antes da realização do jogo foi aplicado um questionário, com a intenção de investigar o nível de conhecimentos dos participantes sobre os conceitos de probabilidade. O questionário era composto por 10 questões de múltipla escolha. Através do questionário pode-se nortear as próximas atividades envolvendo o jogo.

Segundo Soukeff (2014) durante o jogo foi possível trabalhar com o conceito de Espaço Amostral e Evento. Em seu trabalho, o autor explica que a intenção era aplicar um novo questionário após os jogos, o que não ocorreu devido ao tempo disponibilizado pela escola para a pesquisa. O autor destaca que os alunos tiveram uma boa participação nas atividades e que o jogo atingiu seu objetivo, contribuindo na introdução do conteúdo de probabilidade, mostrando-se eficaz na compreensão dos conceitos de espaço amostral e evento.

#### **EXEMPLO 4.4.1.5**

Silva (2013) relatou em sua dissertação apresentada como parte dos requisitos do título de Mestre em Matemática, na Universidade Federal de São Carlos, estudos realizados

na Escola Estadual Roque Ielo, localizada em Cacondé/SP, com os alunos do 2º e 3º do ensino médio, do período vespertino.

O autor demonstra sua preocupação com o baixo desempenho do país em avaliações nacionais e internacionais no ensino de matemática. Fato também refletido na rede estadual de São Paulo, a qual atua como professor. Diante dessa situação constatou que é preciso uma forma diferenciada de realizar o processo de ensino-aprendizado. Aponta ainda, que alguns de seus alunos já apresentam dificuldades com relação aos conceitos de Probabilidade, pois sentem desconforto ao trabalhar com o incerto, em associar probabilidade à chance de algum evento ocorrer. Outra dificuldade assinalada é representação de probabilidade por meio de frações.

O jogo utilizado durante a pesquisa foi um jogo adaptado de um programa de televisão, com diversas atividades realizadas. O início ocorreu com um jogo de perguntas e resposta, ao qual a equipe vencedora, dessa fase, receberia um número menor de chaves para tentar abrir um cadeado. Após essa etapa, houve preenchimento de questionário, debates, construção de gráficos entre outras atividades.

Ao finalizar as atividades do jogo proposto, Silva (2013) ressalta que os alunos demonstraram interesse pelas atividades, confirmação que os questionários respondidos ratificaram. Para o autor, ficou claro que a Probabilidade pode e deve ser apresentada através dos jogos e que mudar a forma de se ensinar matemática pode trazer a qualidade de ensino.

#### **EXEMPLO 4.4.1.6**

Campos (2015) descreveu em sua dissertação apresentada como parte dos requisitos do título de Licenciado em Matemática, na Universidade Federal do Rio Grande do Sul, estudos realizados em uma Escola Técnica Estadual do município de Porto Alegre, no estado do Rio Grande do Sul, com duas turmas de 30 alunos do ensino fundamental.

Para iniciar a pesquisa foi aplicado um questionário com o objetivo de sondar quais os conhecimentos os alunos possuíam sobre a probabilidade e seus conceitos. As respostas dos questionários mostraram que maioria dos estudantes não havia aprendido ou ouvido falar de probabilidade.

Em seguida foram realizadas explicações e debates, para só então iniciar o trabalho com jogos. Foram utilizadas atividades variadas, como a roleta de cassino, o jogo dos pontos corridos (utilizando dados), o jogo batalha naval, entre outros. Com relação ao desempenho dos alunos, o autor considerou que as estatísticas de acertos foram animadoras,

e demonstraram a evolução do desempenho dos alunos durante a pesquisa. Relatou ainda, ser perceptível o interesse e motivação dos participantes na realização das atividades.

Campos (2015) declarou acreditar que o uso de jogos possa facilitar a compreensão de conceitos matemáticos, no caso de seu estudo, os conceitos de probabilidade.

#### 4.4.2 O jogo pode/deve ser usado no ensino de probabilidade?

As pesquisas apresentadas, pelos autores, contemplaram estudos realizados em diversas regiões do país, obtendo o mesmo resultado em todas elas: a recomendação do uso de jogos no ensino de probabilidade. Uma das justificativas mais usadas nessa sugestão foi a forma que os alunos se portaram durante a realização das atividades, demonstrando maior interesse nas aulas, além de conseguirem assimilar conceitos de probabilidade. Mesmo nas pesquisas, as quais os resultados, não ocorreram como o esperado, o uso de jogos como metodologia de ensino continuou sendo aconselhado. Silva (2013) foi enfático ao afirmar: “fica evidente que a Probabilidade pode e deve ser apresentada através dos jogos, conforme se pode verificar, através dos questionários respondidos pelos alunos, o grande interesse deles na realização das atividades”.

## 5. UMA PROPOSTA PARA A SALA DE AULA

Reconhecendo a importância do jogo como método didático, apresento neste trabalho uma proposta de um jogo para ser aplicado em sala de aula. Buscou-se nessa proposta um jogo com uma dinâmica simples, com o preparo rápido e a utilização de materiais acessíveis para o professor. O jogo proposto será uma adaptação do tradicional jogo de bingo. O jogo de bingo é um jogo popular, inclusive com versões infantis, utilizado como um brinquedo.

TEMA PARA O JOGO: Probabilidade e bingo

OBJETIVO: Introduzir os conceitos de: experimento aleatório, espaço amostral, evento e cálculo da probabilidade de ocorrer esse evento.



**JUSTIFICATIVA:** A aplicação do jogo em sala de aula servirá como ferramenta de ensino, procurando ser um meio de apoio e de motivação para o ensino e aprendizagem de conceitos probabilidade.

**PÚBLICO ALVO:** Alunos do ensino Fundamental e Médio.

**MOTIVAÇÃO:** Proporcionar ao aluno atividade as quais ele possa participar do próprio aprendizado e na construção de conceitos matemáticos.

**TEMPO ESTIMADO PARA AULA:** Duas aulas seguidas de cinquenta minutos.

**MATERIAS:**

- Bolas ou papéis numerados de 1 a 20.
- Caixa, para depósito das bolas ou papéis.
- Cartelas, uma para cada aluno, contendo 8 espaços para preenchimento dos números.

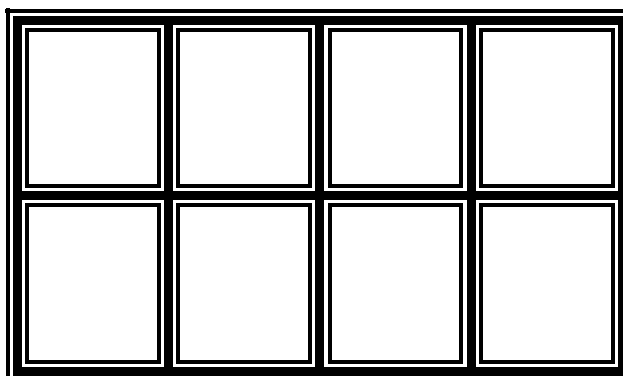


FIGURA 4 - Exemplo de cartela com 8 espaços para preenchimento

- Cartelas, uma para cada aluno, contendo 10 espaços para preenchimento dos números.

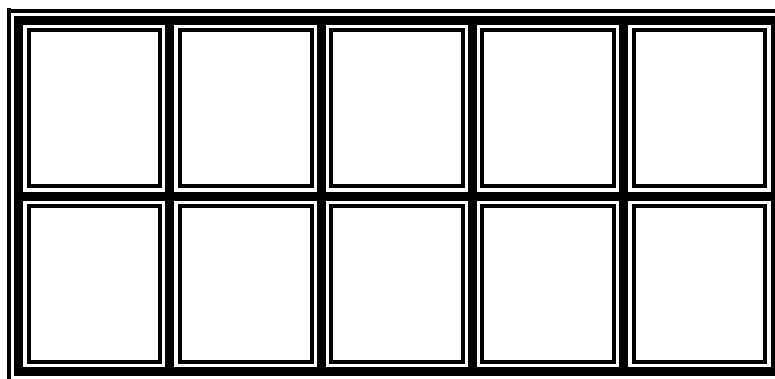


FIGURA 5 - Exemplo de cartela com 10 espaços para preenchimento

## DESENVOLVIMENTO:

Inicialmente o professor deve explicar aos alunos as regras do jogo, que consiste em marcar nas cartelas os números sorteados de forma aleatória. O aluno, ou os alunos, que completarem sua cartela primeiro deverá avisar o ocorrido, proclamando BINGO e será o vencedor do jogo.

Antes de iniciar o jogo o professor pode perguntar qual a chance do número da bolinha/papel estar na sua cartela. O professor pode proporcionar nesse instante um debate sobre o número total de bolinha/papel que podem ser sorteados (espaço amostral) e o número da cartela de cada aluno (evento).

### Procedimentos para o desenvolvimento do jogo

1 – Pedir para os alunos que marquem aleatoriamente 8 números de 1 a 20 em sua cartela, mostrada na figura 4, cartela com 8 espaços para preenchimento dos números.

2 - Pedir para os alunos trocarem entre si suas cartelas, ao finalizar as trocas cada aluno deverá conferir sua cartela, observando se os 8 números foram marcados, se esses números estão entre a numeração solicitada (1 a 20).

3 – Sorteio aleatório dos números até que alguém grite BINGO.

Após o primeiro sorteio, o professor pode verificar se houve a marcação de algum número das cartelas e debater com o aluno se as chances de marcação de um número na próxima bolinha/papel sorteado são iguais para quem já marcou e quem não marcou nenhum número ainda, e assim sucessivamente. Nas primeiras rodadas o professor pode ir calculando essas chances juntamente com os alunos. Com a repetição das rodadas deixar que os alunos possam ir trabalhando sozinhos essa habilidade.

Ao terminar a primeira partida, o professor irá propor uma nova partida, dessa vez com as cartelas de 10 números a serem marcados, mas serão números de 0 a 15. Repete-se os procedimentos da partida anterior quanto a marcação dos números, as trocas e conferências de cartelas. A caixa deverá ser novamente organizada, contendo agora bolinhas/papéis de 1 a 15.

Antes de iniciar o sorteio, o professor abre o debate se esse jogo será mais fácil ou mais difícil que o anterior, levando em consideração as chances de marcar na própria cartela os números sorteados. Nessa nova situação espera-se que o aluno compreenda de forma intuitiva que esse espaço amostral é diferente do anterior e que a probabilidade de marcar um número no primeiro sorteio é maior que na partida anterior.

Nesta proposta permite ainda outros questionamentos, cabendo ao professor criar e recriar, acrescentar novas situações durante a aplicação do jogo. Sugestão de perguntas e situações que o professor pode utilizar:

- Algum número tem uma chance maior de ser sorteado?
- Alguma cartela tem uma probabilidade maior de ser vencedora?
- O jogo pode ter empate entre dois ou mais jogadores?
- Qual a probabilidade de um determinado número ser sorteado?
- Qual probabilidade de ser sorteado um número par? Ou ímpar?
- Após alguns números sorteados, o professor pode realizar um levantamento, observando quantos números já foram marcados e quantos ainda faltam a ser marcados na cartela dos alunos. Quem tem mais chance de vencer o jogo? A previsão se confirmou? Caso não, o que pode ter acontecido?

Fica a critério do professor, sendo mediador do aprendizado, utilizá-las.

Vale ressaltar que além dos conceitos básicos de probabilidade, o jogo proposto trabalha a autonomia do aluno, socialização e senso de responsabilidade.

#### AVALIAÇÃO:

Avaliação da atividade será realizada através de debates com os alunos, discutindo se o jogo auxiliou na compreensão dos conceitos de evento e espaço amostral, buscando compreender os aspectos positivos e negativos da metodologia utilizada.

## 6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Não é segredo a importância do ensino de Matemática para o cotidiano das pessoas. Capacitar o aluno, para que ele coloque em prática os aprendizados da escola nas situações vivenciadas diárias é uma das missões do professor.

Buscando atingir seus objetivos, o professor se dedica na preparação das aulas, focando na melhor forma de propiciar o aprendizado. Há uma crescente preocupação na procura por alternativas e metodologias que facilitem o processo de ensino-aprendizado e estimulem o interesse dos alunos, tornando-os mais participativos durante o processo.

Durante a construção do trabalho foi possível perceber que para o êxito no processo de ensino-aprendizado de probabilidade é aceitável e também recomendado o uso

de atividades diferenciadas como os jogos. Vale ressaltar a relevância do aprendizado dos conceitos de probabilidade na vida futura do aluno e nas decisões que precisará tomar, conseguindo por em prática os conhecimentos e habilidades adquiridos. O ensino de probabilidade deve contribuir na formação de cidadãos autônomos e críticos.

Visualizando a boa aceitação por parte dos alunos e as recomendações de quem já usou os jogos em sala de aula, foi realizada a proposta de um jogo, uma adaptação de um jogo muito conhecido, o Bingo. Ao se refletir sobre a proposta, foi pensado em um jogo de execução simples e que ao mesmo tempo introduzisse os conceitos básicos da probabilidade. A escolha de adaptar o jogo de bingo, por se tratar de um jogo de azar, também ajuda a explicar o início dos estudos da Probabilidade e o acaso. É importante destacar que o professor no momento de aplicação do jogo proposto ou de qualquer jogo, deve criar e recriar situações conforme a necessidade verificada em sala de aula.

Entender a matemática como uma ciência viva, em constante construção e preparar-se para o uso de novos recursos como metodologia, são os primeiros passos para iniciar uma nova forma de trabalho, um novo modelo de professor e de aluno. O uso de jogos não traz garantias de sucesso imediato, é preciso paciência para colher os frutos desse trabalho.

“Ensinar não é transferir conhecimento, mas criar possibilidades para a sua produção ou a sua construção.” (FREIRE apud LOPES e REZENDE, 2010)

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CALABRIA, A.R.; CAVALARI, M.F. Um passeio histórico pelo início da Teoria das Probabilidades. In: SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 10. Campinas, 2013.

CAMPOS, L.A.; *A probabilidade nos jogos: Uma alternativa de ensino*. 2015. 90 f. Monografia (Licenciatura em Matemática) – Departamento de Matemática Pura e Aplicada do Instituto de Matemática e Estatística, Universidade Federal do Rio Grande Do Sul, Porto Alegre. 2001.

CARDOSO, E.R.; MOREIRA, F.A. O jogo do Bozó nas aulas de matemática e educação física. IN: Encontro paranaense de educação matemática. 10. Guarapuava, 2009.

COUTINHO, C.Q.S. Conceitos probabilísticos: quais contextos a história nos aponta?. *Revista Revemat*. Florianópolis, v. 2, n. 3, p. 50-67, 2007.

CORREA, S.M.B.B. Probabilidade e estatística. Belo Horizonte: PUC Minas Virtual. 2003.

DANTAS, E.A.; *Probabilidade: Uma reflexão teórico-prática no ensino da matemática*. 2013. 99 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Matemática – CCT, Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande. 2013.

FERNANDES, R.J.G.; JUNIOR, G.S. Uma proposta pedagógica para ensinar probabilidade no Ensino Fundamental. *Revista Práxis*. Volta Redonda, v. 7, n. 14, p. 87-97, 2015.

FERREIRA, P.M. Estatística e Probabilidade. Fortaleza: UAB/IFCE. 2012.

FIorentini, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil. *Revista Zetetiké*, Campinas, v. 3, n. 4, p. 1-15, 1995.

FONSECA, J.S.; MARTINS, G. A. Curso de Estatística. Atlas: São Paulo. 2006.

GADELHA, A. Uma pequena história da probabilidade. 2004. Disponível em: <[http://www.mat.ufrgs.br/~viali/estatistica/mat2006/material/textos/hist\\_prob\\_Gadelha.pdf](http://www.mat.ufrgs.br/~viali/estatistica/mat2006/material/textos/hist_prob_Gadelha.pdf)> Acesso em: 03abr.2016.

HAZZAN, S. *Fundamentos da Matemática 5*. São Paulo: Atual. 1977.

LOPES, C.E. A educação estatística no currículo de matemática: Um ensaio teórico. In: Reunião Anual da Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação, 33. Caxambu, 2010.

LOPES, C.E. O ensino da estatística e da probabilidade na educação básica e a formação dos professores. *Cadernos CEDES*. Campinas, v. 28, n. 74, p. 1-9, 2008.

LOPES, J.M.; REZENDE, J.C. Um novo jogo para o estudo do raciocínio combinatório e do cálculo de probabilidade. *Boletim de Educação Matemática*. Rio Claro, v. 23, n. 36, p. 657 - 682, 2010.

LUVISON, C.C.; SANTOS, C. A. Estatística e probabilidade a partir do jogo travessia do rio. : In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11, 2013, Curitiba. Anais...Curitiba,2013.

MOREIRA, W.; Revisão de Literatura e Desenvolvimento Científico: conceitos e estratégias para confecção. *Janus*. Lorena, v. 1, n. 1. 2004.

MOURA, M. O. O jogo e a construção do conhecimento matemático. São Paulo: FDE. 1992.

PIANO, D.L.; TOILLIER, J.S. A matemática do jogo Bozó. In: Semana Acadêmica da Matemática. 24. Cascavel, 2010.

SANTOS, F.B.B. Práticas de ensino-aprendizagem de probabilidade através do jogo Batalha Naval. *Educação Matemática em Revista – RS*, v. 1, n. 14, 2013.

SILVA, A.F.; KODAMA, H.M.Y. Jogos no Ensino da Matemática. In: BIENAL DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA, 2. Salvador, 2004.

SILVA, M.C.; SANTOS, J.A.F.L. O jogo “Corrida de Cavalos” e a formação de conceitos probabilísticos com alunos da educação de jovens e adultos. In: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 2. Campina Grande, 2015.

SILVA, F.M.N.; Jogos no processo de ensino-aprendizagem em probabilidade. 2013. 71 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos. 2013.

SOUKEFF, F.E.B.; *Jogo Mega-Duque: uma proposta para o ensino de probabilidade*. 2014. 79 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Área de Concentração – Matemática, do Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Campus de São José do Rio Preto, Polo Ilha Solteira, Ilha Solteira. 2016.

STRUMINSKI, L.A.F.; *Uso de jogos no ensino de matemática: Uma proposta didática para o ensino de probabilidade*. 2016. 100 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Setor de Ciências Exatas e Naturais, Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa. 2016.

RIBEIRO, C.E.; GOULART, A. O ensino de probabilidade por meio de jogos na educação de Jovens e Adultos. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11.,2013,Curitiba. Anais...Curitiba,2013.

VIALI, L. Algumas considerações sobre a origem da teoria da Probabilidade. *Revista Brasileira de História da Matemática*, v. 8,n. 16, p. 143-153, outubro/2008-março/2009.

VIALI, L. Apostila IV, Probabilidade. UFRGS, Instituto de Matemática. Disponível em: <<http://www.mat.ufrgs.br/~viali/sociais/mat02214/material/apostilas/PROsociais.pdf>>. Acesso em: 09mai.2016.