



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO JOÃO DEL-REI
NEAD – NÚCLEO DE ENSINO A DISTÂNCIA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

GISLAINE APARECIDA RONCOLLI

**CUBO MÁGICO: UMA FERRAMENTA PEDAGÓGICA NAS AULAS
DE MATEMÁTICA**

SÃO JOÃO DEL-REI

2016

GISLAINE APARECIDA RONCOLLI

**CUBO MÁGICO: UMA FERRAMENTA PEDAGÓGICA NAS AULAS
DE MATEMÁTICA**

Trabalho de conclusão de curso, apresentado como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática, do curso de Licenciatura em Matemática a Distância, da Universidade Federal de São João Del-Rei.

Orientadora: Profa. Dra. Liliâne Rezende Anastácio.

SÃO JOÃO DEL-REI

2016

GISLAINE APARECIDA RONCOLLI

**CUBO MÁGICO: UMA FERRAMENTA PEDAGÓGICA NAS AULAS
DE MATEMÁTICA**

Trabalho de conclusão de curso, apresentado como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática, do curso de Licenciatura em Matemática a Distância, da Universidade Federal de São João Del-Rei.

Os componentes da banca de avaliação, abaixo identificados, consideram este trabalho aprovado.

BANCA EXAMINADORA

Prof.^a Dr. (nome)

(instituição)

Prof.^o Dr. (nome)

(Instituição)

Data da aprovação: São João del-Rei, ____ de _____ de ____.

Dedico,

*Aos meus pais e meus irmãos que tanto me apoiaram,
também aos meus bons e leais amigos que sempre
estiveram presentes nesta minha caminhada.*

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus, que tem me dado o bem mais preciso, a vida, e por me fortalecer nos momentos mais difíceis, fazendo com que eu nunca deixasse de acreditar nos meus sonhos.

Aos meus pais e irmãos por todo carinho, compreensão e incentivo.

A minha orientadora e professora Liliâne R. Anastácio, por sua dedicação, competência e atenção.

Aos demais professores, que de forma direta ou indireta contribuíram para a elaboração deste trabalho.

Aos meus grandes amigos, em especial à tutora presencial Paola A. P. Tavares, ao Fabricio R. Valério e à Adelvânia S. Santos, pela amizade, respeito e companheirismo.

RESUMO

O presente trabalho aborda a utilização do Cubo Mágico por professores em sala de aula como um recurso didático estratégico no processo de ensino dos conteúdos da Matemática, principalmente, nos assuntos relacionados à empregabilidade dos algoritmos e suas funcionalidades, como por exemplo: nos estudos de geometria espacial, em probabilidade, frações e álgebra. O dinamismo desse quebra-cabeça, o Cubo Mágico, como uma ferramenta facilitadora tende a instigar a aprendizagem pela Matemática, tornando o processo de ensino ainda mais prazeroso e significativo. Notoriamente, a sua aplicabilidade torna-se eficiente, despertando nos discentes maior motivação e interesse pelos conteúdos disciplinares abordados, desenvolvendo o raciocínio lógico e, por consequência, aferindo ao trabalho da escola e dos professores melhores resultados, pois, uma vez que os alunos se mostram mais comprometidos com os estudos, apresentarão maior produtividade nas atividades desenvolvidas. Com o intuito de explorar esse ambiente educacional, onde atividades pedagógicas com materiais, brincadeiras e outros diversos recursos lúdicos fazem parte da construção do conhecimento crítico e conciso dos educandos e também dos professores, esse trabalho é baseado em revisões bibliográficas e assuntos correlatos, e, para exemplificar a teoria, informações sobre como solucionar o Cubo Mágico, por meio dos algoritmos, serão apresentadas.

Palavras-chave: Cubo Mágico. Matemática. Algoritmos. Aprendizagem. Lúdicos.

ABSTRACT

The present work discusses the use of Rubik's Cube by teachers in the classroom as a strategic resource in the teaching process of mathematics content, mainly in matters related to the employability of algorithms and functionality, such as: the geometry studies space, in probability, fractions and algebra. The dynamism of this puzzle, the Rubik's Cube, as a facilitating tool tends to instigate learning in mathematics, making the learning process more pleasurable and meaningful. Notoriously, their applicability becomes effective, awakening in students greater motivation and interest in the covered subject content, developing logical thinking and, consequently, assessing the work of the school and the best results teachers because, since students show more committed to the study, will present greater productivity in the developed activities. The intention to explore the ludics environment where educational activities with materials, games and various other recreational resources are part of the construction of critical and concise knowledge of the students and also the teachers, this work is based on literature reviews and related matters, and, to exemplify the theory, how to solve the Rubik's Cube through the algorithms will be presented.

Keywords: Rubik's cube. Mathematics. Algorithms. Learning. Ludics.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Cubo Mágico 3x3x3	Erro! Indicador não definido.
Figura 2 - Divisões do Cubo Mágico	21
Figura 3 - Variações do Cubo Mágico	22
Figura 4 - Posições das peças	29
Figura 5 - Faces do Cubo	30
Figura 6 - Movimentos de resolução	31
Figura 7 - Método Básico: 8 passos	32
Figura 8 - Cruz em uma face	36
Figura 9 - Encaixe dos cantos	37
Figura 10 - Os meios da 2ª Camada	37
Figura 11 - Meio da 2ª Camada Invertido	37
Figura 12 - Cruz de cima	38
Figura 13 - Cantos de cima	38
Figura 14 - Permuta dos cantos	39
Figura 15 - Permuta dos meios	39

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – A estratégia do Cubo Mágico provocou a interação entre alunos e professor?

.....**Erro! Indicador não definido.**

Gráfico 2 – Houve interesse dos alunos em relação às aulas e à disciplina de matemática? ...27

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

F2L	<i>Finish two layers</i>
OLL	<i>Orientation last layer</i>
PLL	<i>Permutation last layer</i>
WCA	<i>World Cube Association</i>

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	7
LISTA DE GRÁFICOS	8
LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS	9
1 – INTRODUÇÃO	11
2 – OS ALGORÍTMOS	13
2.1 – Algoritmos e suas propriedades	13
2.2 – Diretrizes para elaboração do algoritmo	15
2.3 – Formas de representação do algoritmo	16
3 – O CUBO MÁGICO	18
3.1 – Cubo Mágico 3x3x3	20
3.2 – Outros Polígonos	21
3.3 – O Cubo Mágico na Matemática	23
3.3.1 – O Cubo Mágico como ferramenta pedagógica	24
3.3.2 – Estatísticas revelam benefícios ao utilizar o Cubo Mágico em aulas	26
4 – SEGREDOS DO CUBO MÁGICO	29
4.1 – Método Básico de Cerpe	32
4.2 – Método das camadas de Cinoto	35
4.3 – Método Fridrich	40
4.4 – Número de Deus	40
5 – CONSIDERAÇÕES FINAIS	42
6 – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	44

1 – INTRODUÇÃO

Durante muito tempo o ensino da Matemática esteve vinculado à memorização de definições, axiomas e postulados. Assim, seu estudo foi adquirindo uma forma pouco apreciada por grande parte dos estudantes, justamente por ser considerado um método desmotivador.

Entretanto, sabe-se da importância da Matemática, que as suas regras fazem parte do cotidiano de todos e que quanto mais conhecida, maior a relevância direcionada às mais diversas funções exercidas na sociedade.

Sendo assim, buscar novos métodos didáticos e pedagógicos para que o aluno tenha a oportunidade de compreender a Matemática como elemento indispensável à vida e vivenciá-la de forma concisa, passou a ser uma das tarefas do professor orientador. Para tal, excelentes recursos são utilizados como facilitadores da aprendizagem.

A ferramenta lúdica, se trabalhada num conceito pertinente, é de extrema importância para o ensino da criança, pois, quando a explora e manuseia, a criança constrói uma melhor compreensão da realidade na qual está inserida. Por isso, o jogo é considerado como meio de fornecer ao aluno um ambiente planejado, satisfatório e enriquecido, que possibilita o aprender despertando várias habilidades.

De acordo com Bernardes (2013), “Os jogos não são apenas uma forma de divertimento, mas são meios que contribuem e enriquecem o desenvolvimento intelectual. Para manter seu equilíbrio com o mundo, a criança necessita brincar, criar, jogar e inventar” (apud Piaget, 1989).

A visão de que o ensino é também constituído de atividades lúdicas, as quais dinamizam e instigam o interesse em aprender, torna a exploração do Cubo Mágico uma ferramenta facilitadora desse processo, fazendo com que o mesmo seja trabalhado com os alunos para motivá-los, comprometendo-os e tornando o aprendizado muito mais prazeroso e significativo.

Contudo, esse estudo, realizado por meio de revisão bibliográfica e de trabalhos científicos correlatos tende a apresentar o Cubo Mágico como um recurso estratégico para o processo de ensino da matemática e seus conceitos, pois em sua resolução, o jogador faz uso

de inúmeros algoritmos que o levará à solução do mesmo. Considerando que, na maioria das vezes, o faz sem ao menos saber o significado e a funcionalidade de um algoritmo.

Dessa forma, a ferramenta mostrar-se-á eficiente quando combinada ao trabalho dos professores e ao aprendizado efetivo, uma vez que alunos mais comprometidos terão maior produtividade e, por consequência, a escola aferirá melhores resultados em seu trabalho.

2 – OS ALGORÍTMOS

Os algoritmos podem ser entendidos como uma sequência de instruções finita e ordenada de forma lógica na resolução de uma determinada tarefa ou problema.

Segundo Cornen et al. (2002, p. 3), “informalmente, um algoritmo é qualquer procedimento computacional bem definido que toma algum valor ou conjunto de valores como entrada e produz algum valor ou conjunto de valores como saída”.

Forbellone e Eberspacher (2005, p. 3), afirmam que “algoritmo é uma sequência de passos que visam atingir um objetivo bem definido”.

Para Gama (2004, p. 6), “algoritmo é a descrição de um conjunto de ações que, obedecidas, resultam numa sucessão finita de passos, atingindo um objetivo esperado”.

Dessa forma, partindo desses preceitos, ao desenvolver um algoritmo estabelece-se um padrão de comportamento a ser seguido (uma norma de execução de ações) para que se alcance o resultado do problema proposto.

Contudo, um algoritmo não é especificamente a solução do problema, mas um caminho para a solução do problema. De maneira geral, há muitos, senão infinitos, caminhos que levam a uma solução satisfatória.

2.1 – Algoritmos e suas propriedades

A respeito da palavra algoritmo, alguns historiadores defendem sua origem no sobrenome do matemático persa do século IX, *Mohamed ben Musa Al-Khwarizmi*, que teve uma de suas obras nomeada como *Algorithmi*. Essa obra relata os algoritmos usando o sistema de numeração decimal indiano.

Todavia, outros autores, atribuem a origem da palavra ao conceito que se pode aplicar aos cálculos: *Al-goreten*.

Já o dicionário *Vollständiges Mathematisches Lexicon*, relaciona a palavra *Algorithmus* à designação de combinações dos cálculos aritméticos: adição, subtração, multiplicação e divisão.

Compreende-se, contudo, que algoritmos não representam, necessariamente, um programa computacional, e sim os passos utilizados para realizar uma determinada tarefa. Sua implementação pode ser realizada por um computador, por outro autômato, ou então, por um ser humano.

Assim, diferentes algoritmos podem realizar uma mesma tarefa usando um conjunto de instruções distintas em tempo, espaço ou esforço. Tal diferença pode ser reflexo da complexidade aplicada, que depende de estruturas adequadas de dados. Isso faz com que um algoritmo seja mais difícil de ser executado que outro, apesar de ambos chegarem ao mesmo resultado.

Em várias bibliografias sobre o assunto, são encontradas diversas definições para algoritmo, por isso, pode-se expressar a solução de qualquer problema na forma de algoritmo, desde o mais simples ao mais complexo, independentemente se forem solucionáveis no universo real, ou no universo computacional.

Em todos os algoritmos, são identificadas características comuns, de passos ou regras que, quando realizadas, produzem o resultado esperado.

Consideram propriedades dos algoritmos, Ascênsio e Campos (2012, p. 3):

- Ações simples e bem definidas - Cada passo de um algoritmo deve ser precisamente definido. As ações devem ser definidas rigorosamente e sem ambiguidades;
- Sequência ordenada de ações - Um algoritmo deve ser efetivo. Isto significa que todas as operações devem ser suficientemente básicas de modo que possam ser em princípio executadas com precisão e ordem;
- Conjunto finito de ações - Um algoritmo deve sempre terminar após um número finito de passos.

2.2 – Diretrizes para elaboração do algoritmo

Para o desenvolvimento eficiente de um algoritmo é preciso que se obedeça algumas premissas como: definir ações simples e sem ambiguidade, organizar as ações de forma ordenada e estabelecer ações dentro de uma sequência finita de passos.

Gama (2004) enumera em seu trabalho algumas diretrizes que, para ela, são genéricas e podem ser adaptadas e utilizadas na organização dos passos que tendem a compor a criação do algoritmo:

- Identificação do problema: determina o que se quer resolver ou qual o objetivo a ser atingido.
- Identificação das “entradas de dados”: informações fornecidas, a partir das quais se desenvolverão os cálculos.
- Identificação das “saídas de dados”: as informações a serem geradas como resultado.
- Identificação das regras e limitações do problema ou das limitações do agente executante (se o agente fosse uma calculadora não científica, existiriam limitações no cálculo de funções, por exemplo).
- Determinação do que deve ser feito para transformar as “entradas” em “saídas”. Neste ponto determinará a sequência de ações que leve à solução do problema. Para isto é preciso:
- Observar as regras e limitações já identificadas;
 - Determinar ações possíveis de serem realizadas pelo agente.
 - Construção do Algoritmo, utilizando uma das formas de representação de algoritmos.
- Teste da solução - execução de todas as ações do algoritmo, seguindo o fluxo estabelecido para verificar se ele está realmente gerando os resultados esperados ou detectar possíveis erros em sua descrição.

2.3 – Formas de representação do algoritmo

Ao pensar em um algoritmo, geralmente, pensa-se de maneira simplificada em uma lista bem definida de procedimentos, onde as instruções são executadas passo a passo a partir do começo da lista.

Contudo, descrever o algoritmo de forma clara e fácil é uma forma de auxiliar o seu desenvolvimento.

Para facilitar este trabalho, algumas ferramentas específicas de representação são consideradas, conforme sugere Ascênsio e Campos (2012, p. 3):

- Descrição Narrativa – Analisa o enunciado do problema e escreve, utilizando uma linguagem natural (a língua portuguesa, por exemplo), os passos a serem seguidos até a resolução.
 - Vantagem: Não é necessário aprender novos conceitos, pois a linguagem natural, nesse caso, é bem conhecida;
 - Desvantagem: A língua natural abre espaço para muitas interpretações, o que pode dificultar a transcrição do algoritmo.
- Fluxograma – analisa o enunciado do problema e escreve, utilizando símbolos gráficos predefinidos seguindo os passos para a resolução.
 - Vantagem: Interpretar elementos gráficos tende a ser mais fácil que a interpretação de textos;
 - Desvantagem: É preciso aprender a simbologia dos fluxogramas e, além disso, o algoritmo resultante não apresenta muitos detalhes, o que dificulta sua transcrição.
- Pseudocódigo – Consiste em analisar o enunciado do problema e escrever, por meio de regras bem definidas, os passos a serem seguidos.
 - Vantagem: A passagem do algoritmo para qualquer linguagem de programação é quase imediata, basta conhecer as palavras reservadas da linguagem que será utilizada.

- Desvantagem: É preciso aprender as regras do pseudocódigo.

Embora, os algoritmos sejam utilizados no dia-a-dia, muitas vezes os indivíduos sequer percebem. Isso acontece inconscientemente na execução de tarefas ou mesmo resolvendo algum problema.

Pensando na questão do ensino/aprendizagem da matemática em sala de aula, compreender uma operação não se resume em saber fazer o algoritmo e sim usá-lo em uma situação cotidiana de maneira significativa. A partir de então, as crianças passam a construir seus próprios algoritmos.

O algoritmo apresenta-se, então, como aquela fórmula matemática, aquele trecho de um código, que fica ali entre a entrada (dados) e a saída (resultado) para transformar o primeiro no segundo.

3 – O CUBO MÁGICO

Também conhecido como Cubo de *Rubik*, o Cubo Mágico é um quebra cabeça tridimensional, inventado pelo húngaro *Ernő Rubik* em 1974.

Foi denominado, originalmente, Cubo Mágico pelo seu próprio inventor, o qual demorou cerca de um mês para resolver o cubo pela primeira vez.

De acordo com Cerpe (2014, p. 16), o primeiro protótipo foi fabricado em 1974 quando *Rubik* ainda era professor do Departamento de Desenho de Interiores da Academia de Artes e Trabalhos Manuais Aplicados de Budapeste, Hungria. A peça foi feita em madeira e pintada.

Inicialmente, a intenção era criar uma peça que fosse geometricamente perfeita, para ajudar a ilustrar o conceito de dimensão do espaço aos seus alunos de arquitetura. No mesmo ano de sua criação, o Cubo Mágico, ganhou o prêmio alemão do "Jogo do Ano" (*Spiel des Jahres*).

Entretanto, para alcançar reconhecimento mundial, o primeiro passo dado seria exportar o Cubo. Isso foi feito pelos matemáticos que o levavam às conferências internacionais e também por um empresário húngaro que o levou à feira de brinquedos de Nuremberg em 1979 (Nos anos 70, a Hungria fazia parte do regime comunista e qualquer tipo de importação ou exportação era altamente controlado).

Assim, *Tom Kremer*, especialista em brinquedos, concordou em vendê-lo para o resto do mundo e o Cubo de *Rubik* tornou-se um ícone na década de 1980 e é considerado um dos brinquedos mais populares.

Historicamente, foi em 1982, que aconteceu em Budapeste, na Hungria, o primeiro campeonato mundial de cubos mágicos. Depois só em 2003 que se realizou o segundo campeonato em Toronto, Canadá.

Conforme, Cinoto (2013, p. 7), só com a criação da Associação Mundial do Cubo Mágico (*World Cube Association – WCA*), as competições mundiais se tornaram mais frequentes no mundo todo, a cada dois anos.

No Brasil, a primeira competição ocorreu em Sumaré, São Paulo, em dezembro de 2007, e, contou com a participação de 30 competidores.

Para Cerpe (2015):

A beleza do Cubo de *Rubik* é que quando você vê um embaralhado, você sabe o que exatamente precisa fazer, sem alguma instrução. Porém, sem instrução é quase impossível de se resolver, fazendo com que ele seja umas das invenções mais frustrantes e viciantes já produzidas.

A seguir, a figura representa um Cubo Mágico 3 x 3 x 3:

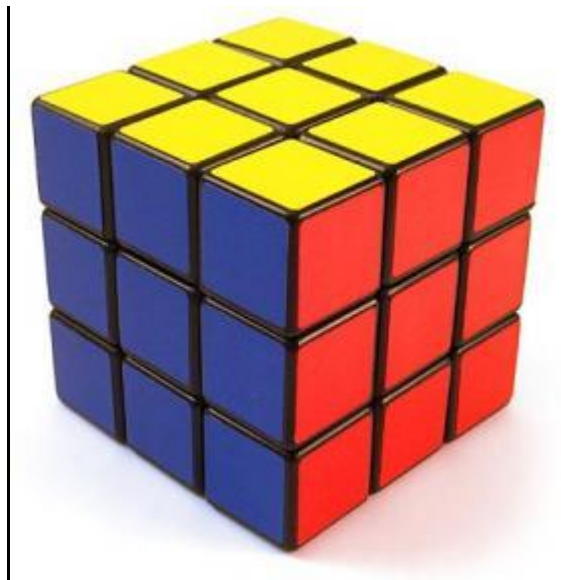


Figura 1 – Cubo Mágico 3x3x3. Fonte: Pereira (2011)

Atualmente, o Cubo de *Rubik* é geralmente confeccionado em plástico e possui muitas versões, sendo a mais comum a versão 3x3x3, que é composta por 6 faces de 6 diferentes cores e arestas de aproximadamente 5,5 cm, totalizando 26 peças que se articulam entre si devido ao mecanismo da peça interior central fixa, oculta dentro do cubo. Outras versões menos conhecidas são a 2x2x2, 4x4x4 e a 5x5x5.

3.1 – Cubo Mágico 3x3x3

É o *puzzle* mais conhecido por todos, podendo atingir 43 quintilhões de combinações diferentes, o Cubo apresenta algumas divisões:

- Uma das divisões consideradas são as faces.

O principal objetivo é montá-lo de forma que as suas faces tenham somente peças de mesma cor.

Assim, o Cubo Mágico é composto de 26 pequenos cubos que formam as suas 6 faces, além de um cubo interno que serve para manter a sua forma de cubo.

- Quanto à divisão dos pequenos cubos, compõe-se em:

- 8 cubos de canto (3 cores);
- 12 cubos de borda lateral (2 cores);
- 6 cubos centrais (1 cor).

- Cada cubo central é fixo ao cubo interior, definindo a cor que a face possui. Originalmente, as cores do Cubo são seis, sendo opostas:

- Azul e Verde;
- Amarelo e Branco;
- Vermelho e Alaranjado.

- O Cubo também pode ser dividido em camadas:

- Superior;
- Mediana;
- Inferior.

A figura abaixo ilustra a descrição das divisões de um Cubo Mágico:

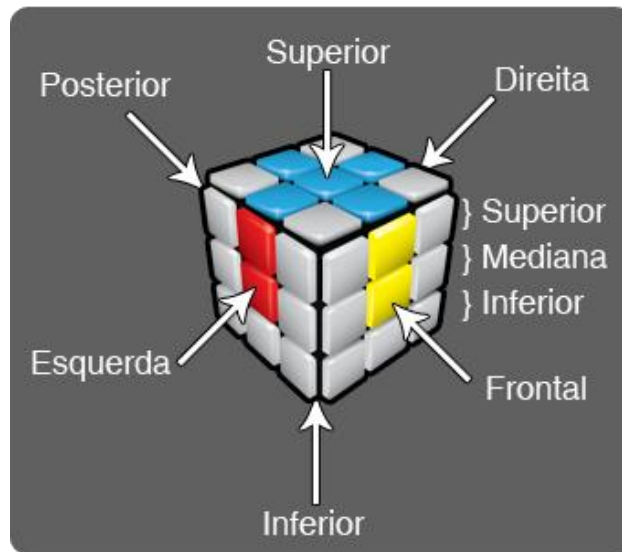


Figura 1 - Divisões do Cubo Mágico. Fonte: www.montarcubomagico.com.br (2012)

3.2 – Outros Polígonos

Outras variações do Cubo Mágico foram desenvolvidas e são apresentadas:

➤ Cubo 2x2x2 - Variação do Cubo convencional onde as peças são apenas cantos. Dessa forma, não há como se guiar pelos centros para resolvê-lo e isso permite a liberdade de resolver uma determinada cor em qualquer um dos lados.

Ele é mais fácil de solucionar do que o cubo 3x3x3, porém, não quer dizer que não seja um desafio. Também existem métodos e técnicas para sua resolução. Normalmente utiliza-se do próprio método do cubo 3x3x3.

➤ Pyraminx - Um *puzzle* divertido e fácil de montar. Possui apenas quatro faces, geralmente nas cores: azul, amarela, verde e vermelha. É composto por três tipos de peças: tips, centros e meios:

Tips: São as pontas da pirâmide, elas só giram em torno de si.

Centros: As peças logo abaixo das tips. São fixas também e definem a cor das faces.

Meios: Os meios são as únicas 6 peças móveis do pyraminx.

➤ Megaminx – É um quebra-cabeça no formato de um dodecaedro, com um total de 50 peças móveis e 12 lados que devem ser organizados de modo que cada lado fique com a mesma cor.

Em comparação com o cubo mágico, ele possui mais combinações (aproximadamente 10^{64}). Apesar disso, aprender a monta-lo não é muito mais difícil do que o tradicional cubo 3x3x3.

➤ Cubo 4x4x4 – Também conhecido como *Rubik's Revenge* (Vingança de *Rubik*), ou Master Cubo, foi lançado em 1982, criado por *Péter Sebestény*.

Inicialmente ele seria chamado de Cubo de *Sebestény*, porém, teve seu nome mudado como uma estratégia de marketing. Ao contrário do quebra-cabeça original, não tem partes fixas, todas são livres para serem movidas.

➤ Skewb – É um enigma interessante. Embora não pareça, sua resolução é mais simples do que o Cubo Mágico convencional, isso porque, depois que um lado é resolvido, com mais 24 movimentos, ele estará totalmente solucionado.

Diferencia-se apenas no formato, pois o mecanismo é o mesmo que do Cubo 3x3x3. Cada lado possui uma peça no centro e uma em cada ponta, totalizando 8 peças nas pontas, ao invés de serem pequenos cubos formando um maior.

A figura a seguir foi adaptada e traz as figuras acima citadas:

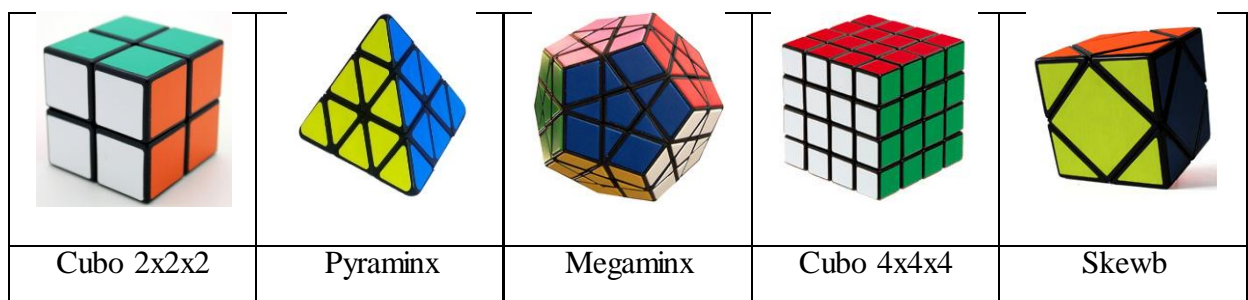


Figura 2 - Variações do Cubo Mágico. Fonte: Adaptado de: www.cinoto.com.br (2014)

Salienta Cerpe (2014): “Muito mais do que apenas um brinquedo, o Cubo Mágico é um clássico que já completou 40 anos e ainda continua uma febre mundialmente conhecida”. Afirma ainda que: “Está apoiando alunos de todas as idades e vários países, através de aulas sobre a solução do Cubo Mágico, workshops, apresentações e palestras, oferecendo inúmeros benefícios, como o desenvolvimento da inteligência espacial e capacidade cognitiva”.

3.3 – O Cubo Mágico na Matemática

“Um dos quebra-cabeças mais populares e difíceis de montar do mundo, o Cubo Mágico pode ser um bom aliado no ensino da matemática”, afirma Graciose (2013).

Todavia, nem sempre os conceitos matemáticos são de fácil compreensão, por isso, muitos professores de Matemática buscam e trabalham novos métodos de ensino para que seus alunos consigam compreender tais conceitos.

Diante dessa tendência, a utilização de jogos e outros materiais lúdicos em aulas de Matemática como recurso pedagógico têm progredido de maneira significativa e, atualmente, existem diversas técnicas e metodologias que facilitam o processo de ensino/aprendizagem, estimulando as relações cognitivas, afetivas, verbais, psicomotoras e sociais.

Além disso, de acordo com Rodrigues e Silva (2013, apud FIALHO, 2008):

O jogo em si permite que o professor, através da observação dos alunos jogando, conheça não só como cada um está lidando com o conteúdo educacional objeto do jogo, mas também perceba os aspectos comportamentais, de liderança, cooperação e ética. Por meio de atividades lúdicas o professor pode colaborar com a elaboração de conceitos; reforçar conteúdos; promover a sociabilidade entre os alunos; trabalhar a criatividade; o espírito de competição e a cooperação.

Para Monteiro (2012, p. 49), “é possível desenvolver a capacidade de olhar de modo cuidadoso [...] a atenção melhora e, conseqüentemente, a percepção torna-se mais aguçada”. Afirma ainda: “o jogo demonstra ser um excelente auxiliar nesses casos, pois, a

brincadeira e a linguagem lúdica aliviam as tensões e criam uma atmosfera permissiva e não angustiante”.

Dessa forma, o Cubo Mágico apresenta-se como uma importante ferramenta pedagógica, auxiliando o ensino de diversos conteúdos matemáticos. No Ensino Básico, por exemplo, é possível trabalhar noções de funções, volume, simetria, permutação, além dos conceitos de aresta, vértices e lados. No Ensino Superior, pode ser utilizado em aulas de Álgebra Abstrata, por exemplo.

“Assim como todo jogo, o Cubo Mágico pode ser um agente transformador no ensino de Matemática” (RODRIGUES E SILVA, 2013).

3.3.1 – O Cubo Mágico como ferramenta pedagógica

Silva (2015) apresentou uma proposta de aprendizagem utilizando o Cubo Mágico onde elencou suas experiências em sala de aula com temas matemáticos importantes para a formação acadêmica dos alunos:

- **Simetrias**

Conforme os trabalhos desenvolvidos, para Silva (2015), é possível usar o Cubo no estudo de Simetrias ensinando os algoritmos para a montagem da primeira camada.

Desse modo, a simetria ocorre quando é possível encontrar, para qualquer figura, pelo menos uma transformação geométrica diferente da transformação identidade, que a deixe inalterada, isto é, alguns ou todos os pontos da figura podem mudar de posição, mas a figura, como um todo se mantém inalterada.

A simetria por reflexão ocorre quando uma figura bidimensional possui este tipo de simetria e pode ser refletida em relação a um eixo linear (eixo de simetria), de modo a ser possível fazer-se corresponder ponto a ponto com a imagem original. Na simetria por

translação, a figura ‘desliza’ sobre uma reta, mantendo-se inalterada. A simetria por rotação é a transformação de uma figura que obtemos girando cada um de seus pontos segundo um ‘arco’ de circunferência ao redor de um ponto fixo percorrendo um determinado ‘ângulo’. Por exemplo, há quatro simetrias numa elipse que a faz parecer sempre a mesma.

É possível observar, no cubo, que F é simétrico a F' por rotação, F' é simétrico a F'' por reflexão e F'' é simétrico a F''' por translação.

- **Cálculo de Área e Volume**

Ao ensinar a montagem da segunda camada do cubo, por meio de novos algoritmos, também pode ensinar os cálculos de áreas e volumes (SILVA, 2015).

Intuitivamente compreende-se que o volume de um sólido é a quantidade de espaço por ele ocupado. Então, considera-se que a unidade de volume é o cubo de aresta 1. Se, por exemplo, a unidade de comprimento for o metro (m) então a unidade correspondente de volume será chamada de metro cúbico (m^3). Assim, o volume de um sólido S deve ser o número que exprime quantas vezes o sólido S contém o cubo unitário.

A ideia foi usar o cubo mágico para explorar situações como o cálculo de área e volume de paralelepípedos retângulos e cubos. Através de vários exemplos, foi possível mostrar a aplicabilidade do cubo mágico para o ensino/aprendizagem do cálculo de volumes de algumas figuras espaciais.

- **Álgebra**

Ao montar a cruz da face amarela (oposta à face branca do cubo), Silva (2015), define inicialmente uma permutação, que é o conjunto de cada uma das ordenações possíveis de um dado conjunto.

Cálculos foram realizados, também, para o total de possibilidades do cubo de *Rubik* 3x3x3. Mostrando que se pode ordenar os vértices de 8! maneiras e também as arestas de 12! maneiras. Porém, somente a metade das possibilidades é possível, pois é impossível permutar duas arestas sem ter que trocar a posição dos vértices e vice-versa. Demonstrou-se que é

possível girar todos os vértices do cubo, exceto um, sem que nada mais mude no cubo. Uma vez que a orientação do último vértice será determinada pela orientação dos demais, logo, tem-se 37 orientações distintas para os vértices.

- **Probabilidade e Frações**

Para Silva (2015), realizando os passos finais de montagem do cubo, de modo geral, pode-se usar a face frontal do cubo (escolhida a cor aleatoriamente) para mostrar que a mesma foi dividida em nove partes iguais, e assim, dar início aos estudos de fração e probabilidades.

Definindo que probabilidade é uma função que associa a cada evento A um número $P(A)$ e explanando os conceitos de espaço amostral, eventos, aleatoriedade, conjuntos e subconjuntos, o cubo mágico foi utilizado com as propriedades de um dado comum. A proposta foi uma troca entre a numeração do dado convencional pelas cores do cubo. Resolvemos diversos problemas que determinam a probabilidade de se lançamentos de acordo com a face selecionada (que fica com a cor na posição de cima) ou qual a probabilidade de que num lançamento de dois cubos, ambos, sair a mesma cor.

Ao trabalhar os conceitos de fração tomando uma linha ou uma coluna qualquer da face de um cubo como exemplo, fica perceptível aos alunos que $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ da face do cubo original. Com relação a uma determinada cor e sua totalidade, por exemplo, tem-se que $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ do cubo está na cor branca e em qualquer uma das cores, analogamente. Demonstrando também qual fração do cubo são centros, vértices ou até mesmo meios.

3.3.2 – Estatísticas revelam benefícios ao utilizar o Cubo Mágico em aulas

Corrêa e Batista (2013) desenvolveram uma pesquisa de cunho qualitativo e quantitativo em um colégio de Ensino Médio elencando a importância do Cubo Mágico como estratégia pedagógica nas aulas de matemática:

No gráfico 1, revelam em percentual a crescente interação entre os alunos e o professor, conforme respostas dos próprios alunos, quando questionados sobre o ambiente das aulas em que o Cubo Mágico fez parte dos estudos.

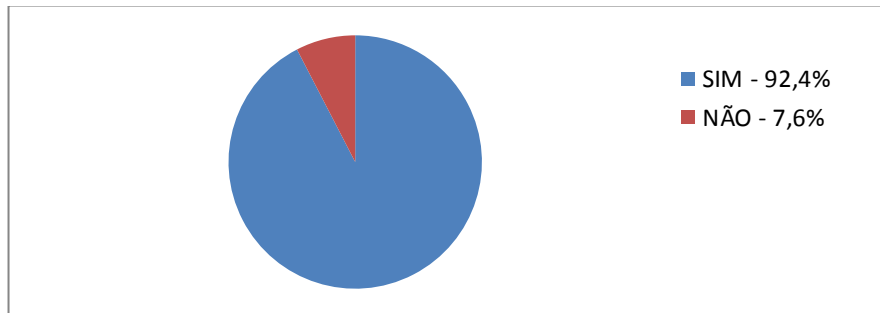


Gráfico 1 – A estratégia do Cubo Mágico provocou interação entre alunos e professor?

Fonte: Corrêa e Batista (2013)

O gráfico 2, também com resultados positivos, demonstra o interesse e a motivação dos alunos nas aulas de matemática em que o Cubo Mágico foi utilizado como ferramenta pedagógica. “Alunos afirmam que o uso do cubo nas aulas de matemática desperta o desejo de solucionar problemas” (CORRÊA e BATISTA, 2013).

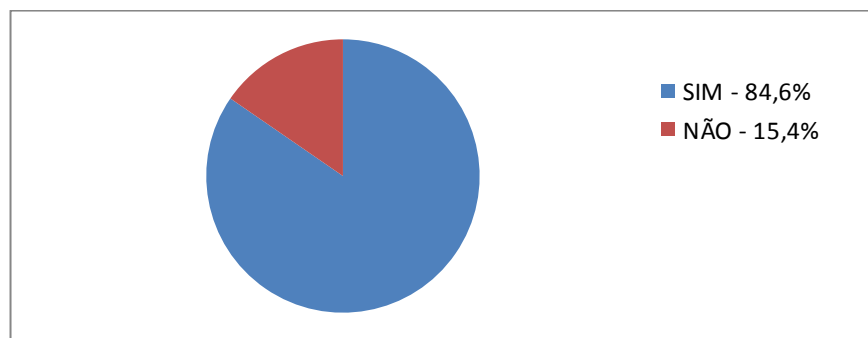


Gráfico 2 - Houve interesse dos alunos em relação às aulas e à disciplina de Matemática?

Fonte: Corrêa e Batista (2013)

Para Corrêa e Batista (2013):

Utilizar o cubo mágico nas aulas de matemática trouxe uma série de benefícios no rendimento escolar dos alunos, exercitando e desenvolvendo a capacidade de resolver exercícios lógicos, estimulando a vontade dos estudantes em aprender e solucionar a matemática, vista por muitos como uma barreira impossível e conseqüentemente um aumento visível nas notas.

Diante das pesquisas apresentadas, é notório que a ligação entre a matemática e o Cubo Mágico constitui uma importante ferramenta para o desenvolvimento da capacidade lógica do raciocínio.

Evidentemente, o trabalho do professor é facilitado com o uso do Cubo, ao mesmo tempo em que instiga o aprendizado, associando a prática da resolução aos conteúdos matemáticos aprendidos em sala e utilizados no cotidiano do aluno, como mostra a primeira pesquisa.

A satisfação e o interesse dos alunos, também são ressaltados na segunda pesquisa, quando no processo de transmissão e criação de novos conhecimentos, o professor estabelece, com o auxílio do cubo, um clima de interação e troca mútua de experiências e descobertas.

Portanto, desenvolver habilidades e potencialidades, considerando que o aprendizado é maximizado com recursos que podem ser facilmente adicionados às aulas, é proporcionar melhor rendimento aos educandos e resultados eficazes ao trabalho de lecionar.

4 – SEGREDOS DO CUBO MÁGICO

Cerpe (2014), afirma: Para solucionar o cubo, nós utilizaremos uma série de algoritmos, que são sequências de instruções a serem executadas, conhecidas popularmente no “mundo do Cubo Mágico” como fórmulas.

O Cubo Mágico tradicional 3x3x3 é formado por peças, as quais, o usuário deve conhecer antes de iniciar qualquer movimento:

- Centros: O cubo possui 6 centros, que são peças fixas e indicam a cor que será determinada face. Por exemplo, o centro amarelo indica que a face será toda amarela.
- Meios: O cubo possui 12 meios, que são as peças que têm 2 cores. Vale lembrar que não é possível posicionar um meio no lugar de um centro ou de uma quina. Isso é fisicamente impossível.
- Quinas: O cubo possui 8 quinas, que são as peças que têm 3 cores e ficam nas pontas do cubo. Da mesma forma, não é possível posicionar uma quina no lugar de um centro ou de um meio.

A figura a seguir apresenta as peças a serem consideradas:

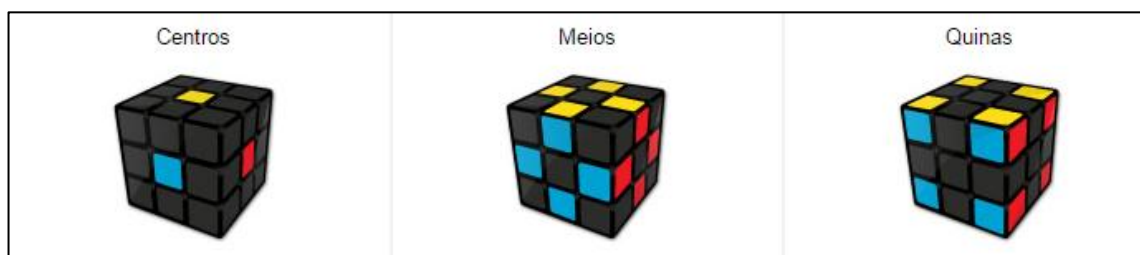


Figura 3 - Posições das peças. Fonte: www.cubovelocidade.com.br (2015)

De acordo com Cinoto (2013), as faces do Cubo são nomeadas conforme a notação dos seus movimentos. A nomenclatura deriva dos nomes das respectivas faces, em inglês (*Right, Left, Up, Down, Front, Back*), e, há muito tempo, é utilizada por praticantes de Cubo

Mágico, o que facilita, inclusive, a comunicação com pessoas que se comunicam em outros idiomas.

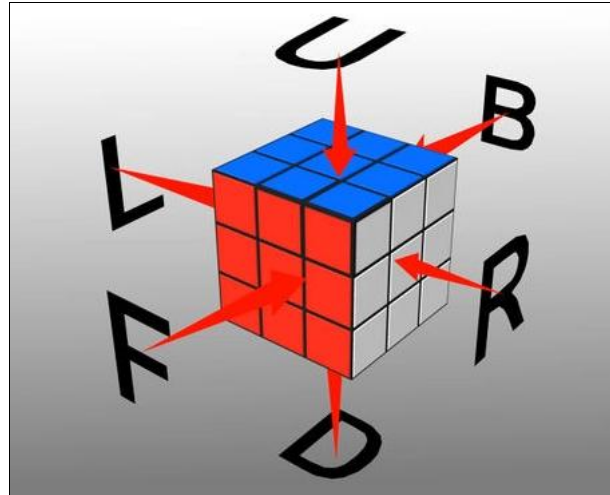


Figura 4 - Faces do Cubo. Fonte: www.pt.wikihow.com (2014)

Todas as 6 faces do cubo são representadas por letras que significam movimentos distintos.

- A letra que representa a face que estiver voltada para o usuário, indica o giro de 90° no sentido horário da mesma.
- A letra acompanhada de apóstrofe ('), indica o giro de 90° no sentido anti-horário da face que estiver voltada para o usuário.
- A letra seguido do algarismo 2 indica o giro de 180° da face.

Na sequência, a ilustração dos movimentos utilizados nas resoluções do cubo:

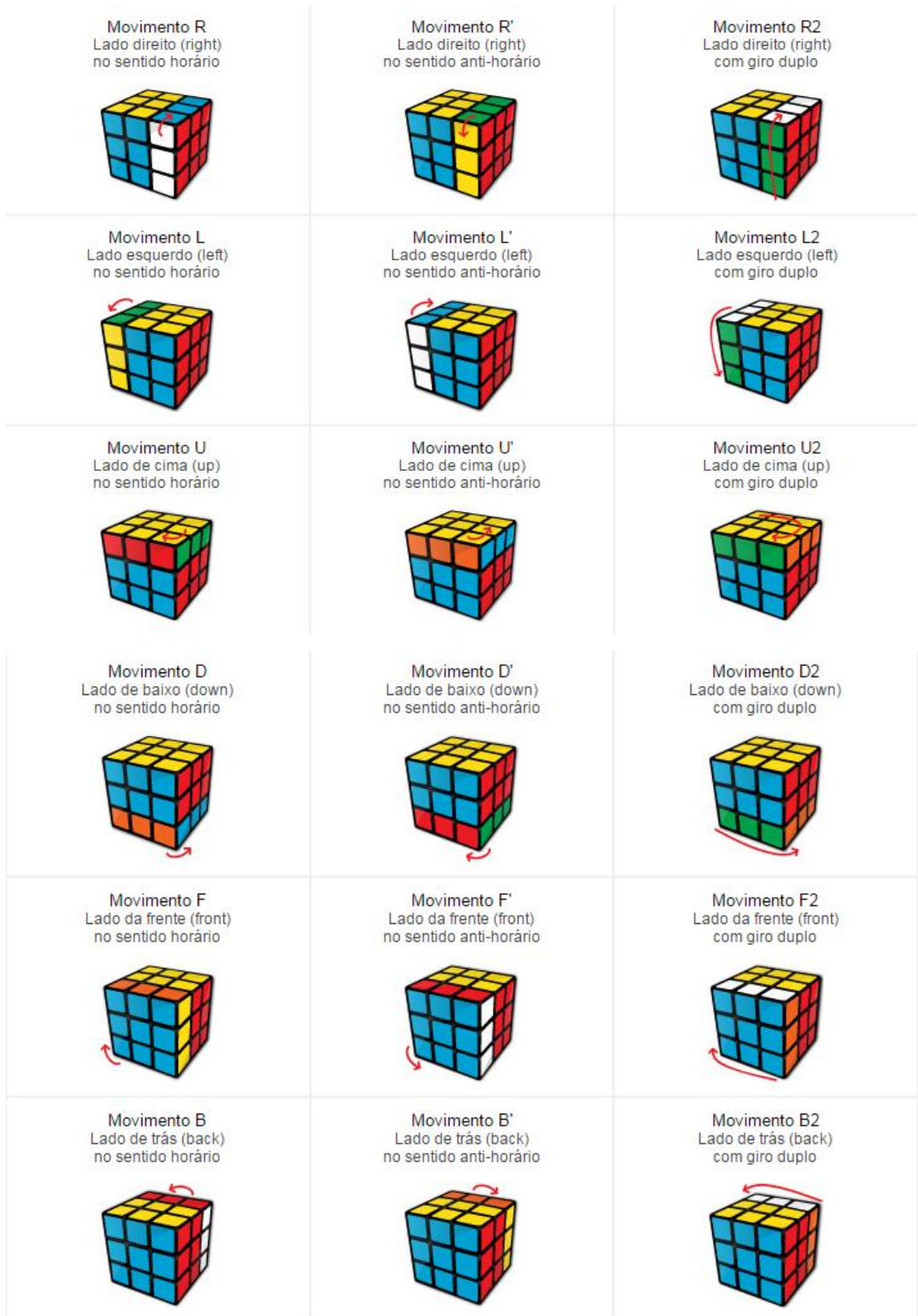


Figura 5 - Movimentos de resolução. Fonte: www.cubovelocidade.com.br (2015)

Muitos são os métodos utilizados por especialistas e também por iniciantes na resolução do Cubo. Alguns com menos algoritmos a aprender, outros mais rápidos e outros ainda, que se utiliza de um número diverso de movimentos, classificando-se em métodos: básico, intermediário e avançado.

4.1 – Método Básico de Cerpe

Em 2007, aos 15 anos, Renan Cerpe, cubista que já foi recordista sul americano na categoria 3x3, organizou o 1º campeonato oficial de cubo mágico no Brasil, oficializado pela WCA (*World Cube Association*). Participou de dezenas de campeonatos, inclusive do campeonato mundial que aconteceu no ano de 2009, em *Dusseldorf*, Alemanha.

Atualmente é proprietário da empresa Cuber Brasil, e se dedica ao ensino e à divulgação do cubo em campeonatos, eventos, workshops, cursos, palestras, por meio da mídia e também escreveu um livro: O segredo do cubo mágico.

Em sua obra, Renan descreve o método que classifica como Método Básico em 8 passos para a resolução do cubo mágico:



Figura 6 - Método Básico: 8 passos. Fonte: www.cubovelocidade.com.br (2015)

1º passo – Cruz Branca:

A primeira recomendação deste método é montar uma cruz com os 4 meios brancos ao redor do centro amarelo, ignorando as quinas brancas e outras peças semelhantes.

É uma tarefa extremamente intuitiva que requer concentração e paciência. Permite um melhor conhecimento do cubo, seus movimentos e suas possibilidades.

2º passo – Alinhar a Cruz Branca:

Tendo sido solucionada a cruz branca ao redor do centro amarelo e, considerando que cada um dos 4 meios possuem 2 cores, alinha-se a segunda cor de cada meio branco ao redor do centro branco (na base do cubo).

Para obter o resultado escolhe-se um dos 4 meios brancos e movimente a face amarela com o movimento U, U' ou U2 até que a segunda cor deste meio escolhido se alinhe com o centro correspondente na lateral do cubo. Depois, leva-se o meio alinhado para a base do cubo, posicione o meio alinhado a sua frente e execute o movimento F2. Assim, a cor branca sai do topo e vai para a base do cubo, e a outra cor deste meio (vermelha, no meu caso) continuará alinhada.

3º passo – Finalizar a camada branca:

Considerando a cruz branca já completa na base, as peças faltantes são as quinas brancas. Na finalização deste passo preenche-se toda a base do cubo com peças brancas, e as laterais devem estar completamente corretas em relação à cor dos centros de cada face.

Assim, mantendo a cruz na base, encontra-se uma quina branca que esteja na camada do topo (caso não encontre nenhuma quina branca no topo do cubo, pule as próximas etapas e verifique o caso “quina branca na base”).

Conferem-se as cores da quina encontrada na primeira etapa, e identifica-se onde a deverá ser encaixada com a ajuda dos 3 centros correspondentes. Executa-se o movimento U, U' ou U2, até que a quina branca fique no devido lugar.

4º passo – Finalizar a segunda camada:

Como a camada branca já está completa deve-se completar os meios da segunda camada. É bastante semelhante ao passo anterior.

Para tanto, mantém-se a camada branca na base e procura-se, no topo, por meios que não tenham a cor amarela. Aplicando o movimento U, U' ou U2, conserva-se a cor da lateral deste meio junto com o centro correspondente.

5º passo – Cruz amarela:

Tendo duas camadas completas, soluciona-se a última camada. Considera-se a cruz amarela no topo do cubo. Contudo, o cubo pode estar em posições diferentes e, em qualquer um dos casos a fórmula será a mesma, a única diferença será a quantidade de vezes que ela deverá ser aplicada e a posição do cubo.

Posiciona-se o cubo e movimenta-o conforme o caso:



Caso “Ponto” - Apenas o centro amarelo no topo. Mantem o cubo conforme a figura e ao aplicar a fórmula o cubo sai do caso “ponto” e vai para o caso “L”.

Fórmula: F R U R' U' F'



Caso “L” – Há 2 meios no topo do cubo formando a letra L. Posiciona-se seu cubo conforme a figura e ao finalizar este caso o cubo ficará exatamente como o caso “linha”.

Fórmula (igual): F R U R' U' F'



Caso “Linha” - Neste caso, há 2 meios no topo formando uma linha na horizontal.

Aplicar os movimentos. Fórmula (igual): F R U R' U' F'



Cruz completa - Se seu cubo já estiver assim, seguir para o próximo passo.

6º passo – Face amarela:

Finalizando a face do topo do cubo por completo, posicionam-se todas as quinas amarelas. O cubo pode estar em 7 posições diferentes, em qualquer um dos casos a fórmula será a mesma, a única diferença será a quantidade de vezes que deverá ser aplicada e a posição do cubo.

O único algoritmo que deverá executar se chama “*Sune*”. Basta posicionar o cubo e aplicar os movimentos. *Sune*: R U R' U R U² R'

7º passo – Quinas da última camada:

Neste passo, permuta-se as 4 quinas da última camada. Encontra-se um lado que tenha 2 quinas da mesma cor, posiciona-se este lado à frente e aplica-se a fórmula correspondente: R B' R F² R' B R F² R², independentemente das demais cores da última camada e a cor da face.

8º passo – Meios da última camada:

Por fim, encontra-se um lado do cubo que esteja totalmente completo, mantém este lado na parte de trás, identifica qual o sentido que os outros 3 meios errados deverão ser permutados e aplica-se os movimentos correspondentes. Para esta fórmula em especial, atenção ao realizar os movimentos B (sentido horário) e B' (sentido anti-horário). Fórmula: R B' R F² R' B R F² R²

4.2 – Método das camadas de Cinoto

Rafael Cinoto, ex-recordista sul americano de cubo mágico com os pés, é hoje um dos delegados da Associação Mundial de Cubo Mágico no Brasil e também ministra aulas ensinando aos seus alunos como solucionar o cubo nas suas aulas de matemática.

Bacharel em psicologia, licenciado em matemática, Cinoto, estuda o cubo mágico desde 2005. Participou de mais de 30 campeonatos, batendo recordes. Sua especialidade é resolver o cubo com os pés.

Publicou seu livro em 2013, *Resolva o Cubo Mágico*, onde revela os 7 passos do Método das Camadas:

1º passo – Fazer uma cruz em uma face:

Monta-se uma cruz em uma das faces, na cor branca, por exemplo. As peças centrais dizem a cor da face. As peças da cruz (meios) tem 2 cores, a outra cor deve ficar ao lado do centro da sua cor. Os cantos apresentam 3 cores e não vão para a cruz:

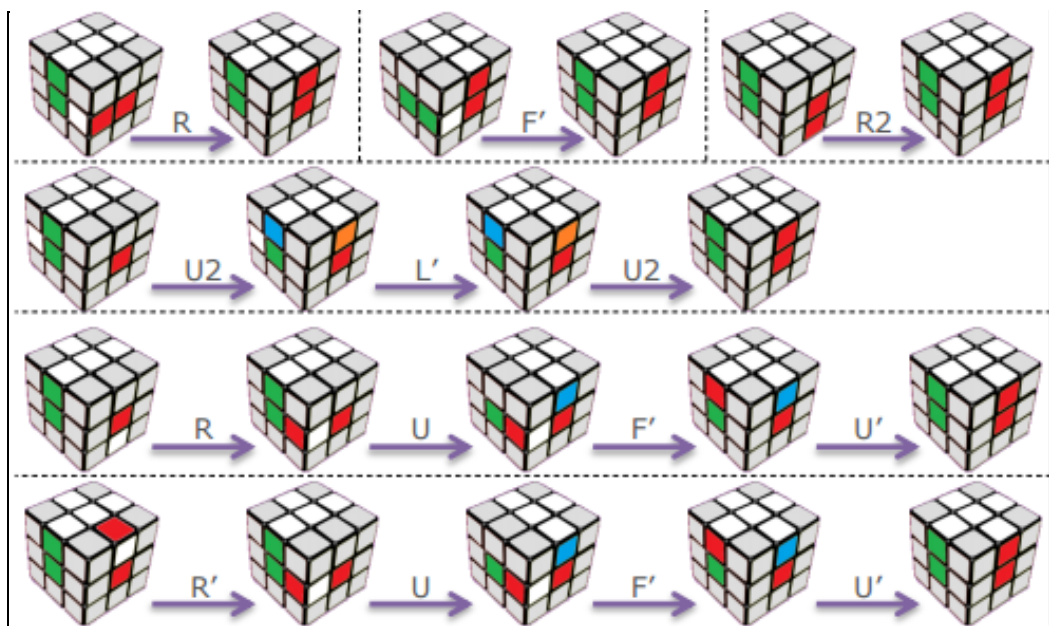


Figura 7 - Cruz em uma face. Fonte: www.cinoto.com.br (2014).

2º passo – Completar a primeira camada:

Deixa-se a cruz pronta na parte de baixo do cubo para encaixar os cantos.

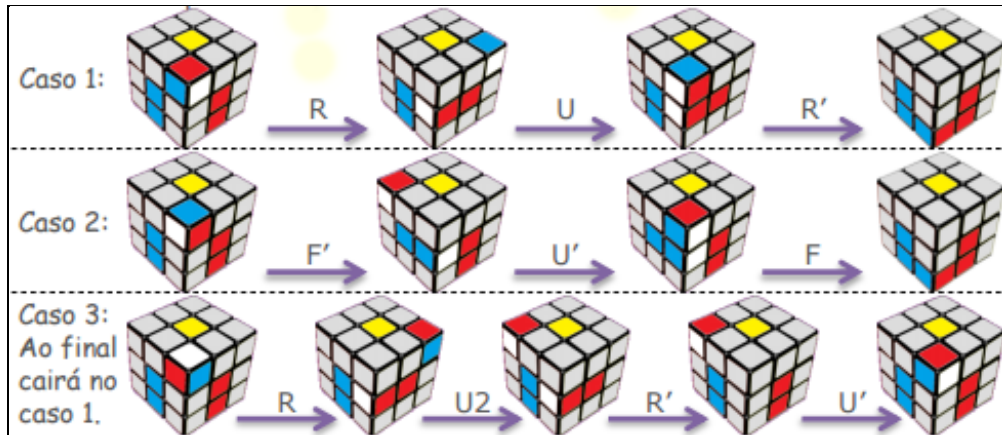


Figura 8 - Encaixe dos cantos. Fonte: www.cinoto.com.br (2014).

3º passo – Completar a segunda camada:

Com a 1ª camada embaixo, procura-se os meios da 2ª camada na camada de cima.

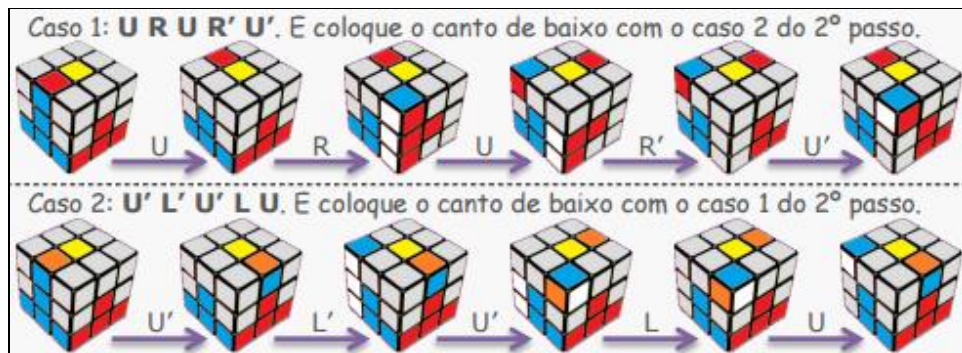


Figura 9 - Os meios da 2ª camada. Fonte: www.cinoto.com.br (2014).

Se, ao acaso, um meio da 2ª camada estiver no lugar, mas invertido, ou se os meios da 2ª camada estiverem na 2ª camada em lugar errado, coloca-se um meio da 3ª camada na 2ª camada, assim, o meio da 2ª camada irá para a camada de cima.



Figura 10 - Meio da 2ª Camada Invertido. Fonte: www.cinoto.com.br (2014).

4º passo- Orientar a cruz de cima:

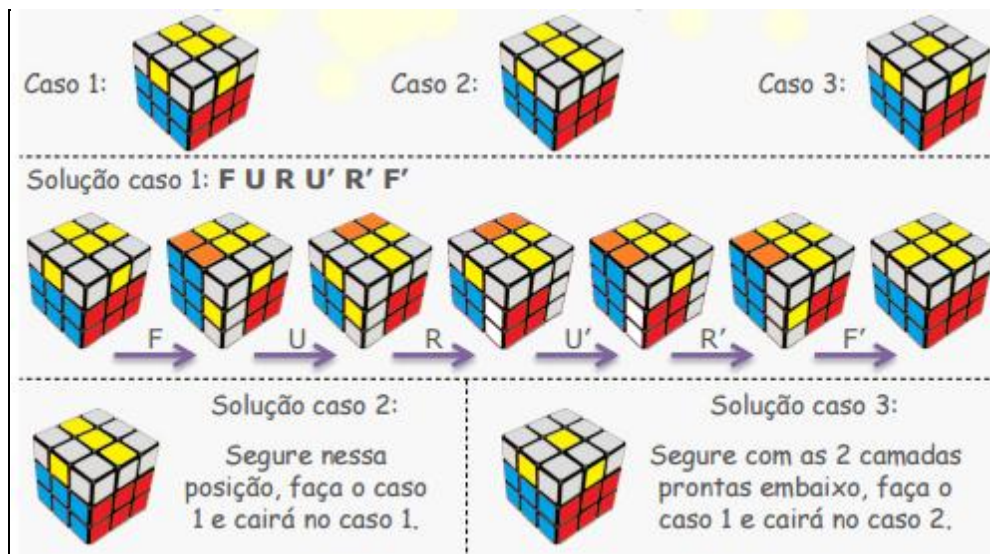


Figura 11 - Cruz de cima. Fonte: www.cinoto.com.br (2014).

5º passo- Orientar os cantos de cima:

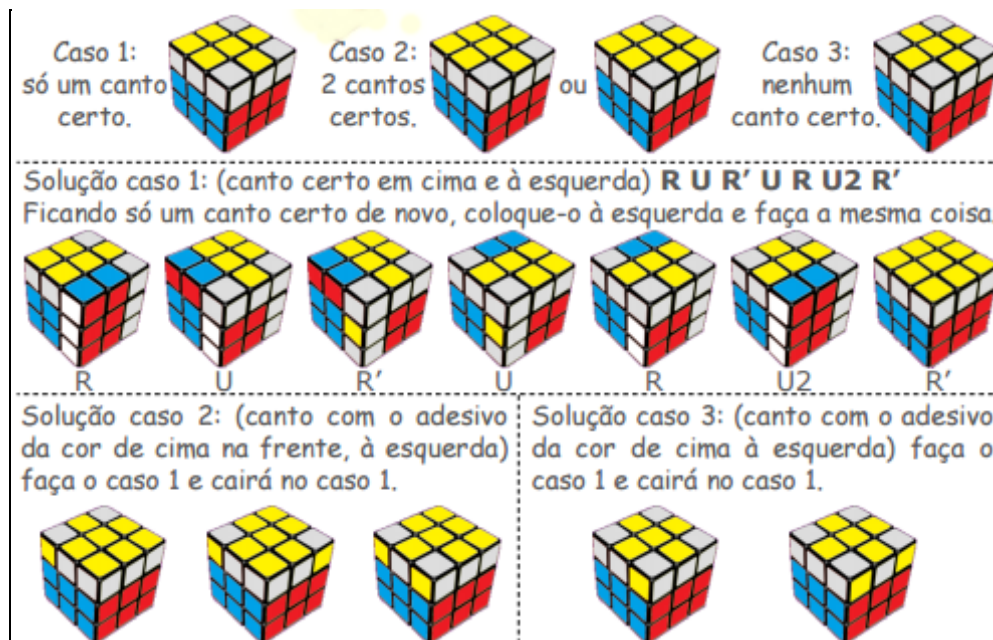


Figura 12 - Cantos de cima. Fonte: www.cinoto.com.br (2014).

6º passo- Permutar os cantos de cima:

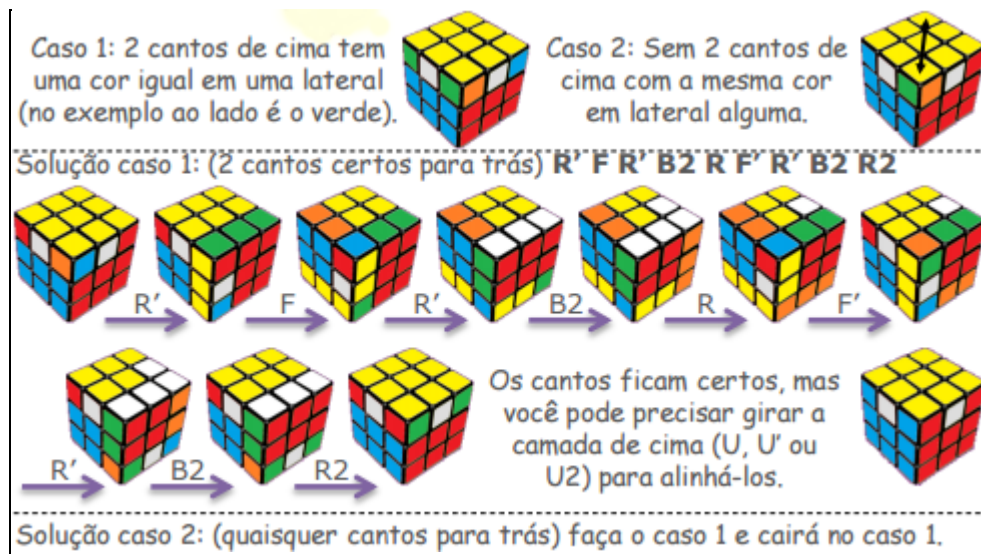


Figura 13 - Permuta dos cantos. Fonte: www.cinoto.com.br (2014).

7º passo – Permutar os meios de cima:

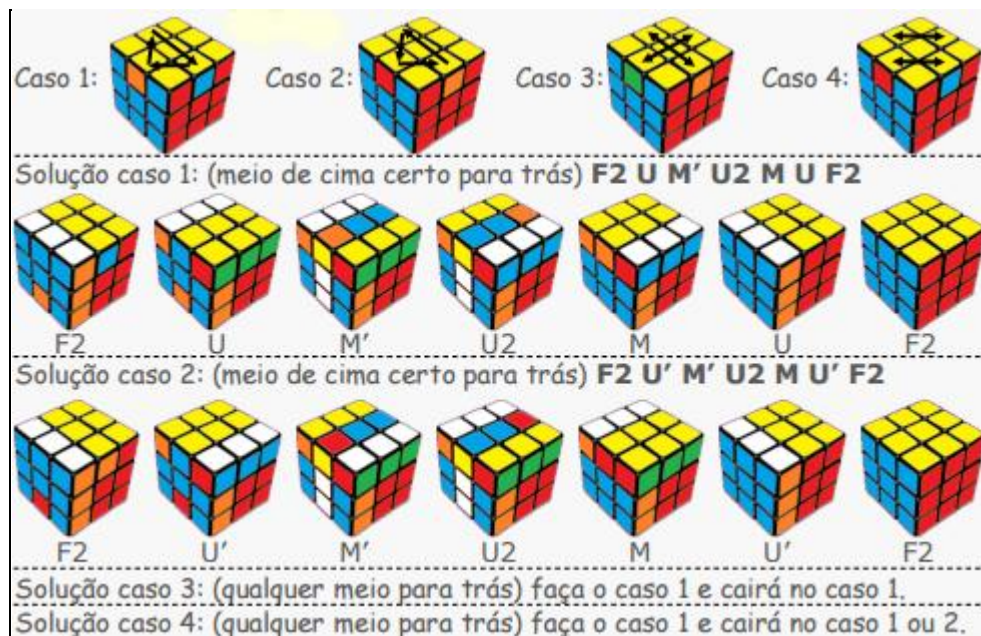


Figura 14 - Permuta dos meios. Fonte: www.cinoto.com.br (2014).

4.3 – Método Fridrich

O Método *Fridrich*, de Jessica Fridrich, é atualmente o método mais rápido para a resolução do Cubo Mágico. Entretanto, é considerado o mais difícil, pois é composto por aproximadamente, uma centena de sequências.

Geralmente, os movimentos realizados são em alta velocidade, e isso diminui significativamente o tempo total da resolução do Cubo. Ainda assim, é este o método mais utilizado pelos cubistas.

O Método Avançado *Fridrich* segue o mesmo princípio do método de camadas, porém, apresenta vários outros atalhos e fórmulas, com um total de 119 casos divididos em 3 partes, de acordo com Cerpe (2015):

F2L - *finish two layers* - finalizar as 2 primeiras camadas: 41 casos

OLL - *orientation last layer* - orientar a última camada: 57 casos

PLL - *permutation last layer* - permutar a última camada: 21 casos

É um método extenso, porém simples de ser aplicado. São, na verdade, 119 fórmulas para aprender, mas basta seguir uma ordem, ter objetivos e paciência que a resolução se torna um processo natural.

4.4 – Número de Deus

O Número de Deus é considerado o número mais baixo de tentativas possíveis para a solução do Cubo. É estudada desde que iniciaram suas resoluções, há cerca de 30 anos, a procura pela rápida solução para o cubo mágico.

A partir da década de 80 quando o Cubo Mágico tornou-se ainda mais popular, período em que o matemático *Morwen Thistlethwaite* conseguiu resolver o quebra-cabeça do cubo usando apenas 52 movimentos, este número vem sendo reduzido.

Em 2005, o menor número de movimentos para resolver o cubo foi de 28, em 2007 o número diminuiu para 26, em 2008 passou para 22 movimentos, e finalmente, em 2010 conseguiu-se resolver o cubo mágico em apenas 20 movimentos.

Segundo o site Inovação Tecnológica (2010), as pesquisas para definir o algoritmo da equação "divina" usaram um arsenal de capacidade informática providenciada pela gigante de tecnologia Google, a qual não divulga detalhes dos sistemas de computação oferecidos para a pesquisa.

Para chegar a este resultado, uma equipe, liderada pelo matemático *Morley Davidson*, dividiu as possibilidades de 2.200 milhões em grupos, cada um com cerca de 20 milhões de posições distintas. Tomando como base as divisões, os investigadores usaram as ferramentas processadoras dos dados e chegaram à conclusão que a probabilidade de existir uma combinação que resulte em menos de 20 movimentos é muito baixa.

Assim, concluíram que o número de Deus é de apenas 20 movimentos para resolver o Cubo de *Rubik*.

Os aficionados por cubo mágico não resumem a prática do quebra-cabeça em uma simples brincadeira ou um *hobby*. Ao contrário disso, organizam campeonatos no mundo todo com uma série de regras e várias categorias, onde, a principal modalidade é descobrir quem resolve um cubo mágico no menor tempo.

No Brasil, diversas competições desse tipo são realizadas durante o ano.

Contudo, as habilidades físicas, nessas disputas, não têm o menor valor. O importante é pensar, dominar as técnicas e ser ágil. Por isso, há competidores de todas as idades. E, por se tratar de uma atividade essencialmente de raciocínio, estudantes em busca de rapidez e agilidade nos estudos, estão descobrindo e praticando esse jogo.

5 – CONSIDERAÇÕES FINAIS

O processo de ensino/aprendizagem implica diretamente nas relações estabelecidas entre o docente e seus alunos. Assim, quando o professor realiza seu trabalho fazendo uso de materiais e recursos lúdicos, ele desperta o interesse dos educandos auxiliando no desenvolvendo de habilidades e do seu potencial.

Enquanto isso, a matemática tem o objetivo de promover uma educação que coloque o aluno em contato com desafios buscando desenvolver soluções com responsabilidade, compromisso e possibilitando a identificação de seus direitos e deveres. Por isso, ensinar matemática é contribuir para a formação do cidadão. E, essa tarefa está associada à inserção do indivíduo, no mundo do trabalho, da cultura e nas relações sociais.

Todavia, aprender matemática tem como principal benefício a compreensão de informações e o bom desenvolvimento do processo cognitivo, pois a sua aprendizagem vai além de contar e calcular. Ela permite analisar situações, aferir dados, ampliar conhecimentos, não só na de matemática propriamente dita, mas, inclusive, em outras áreas das ciências e seus conteúdos.

Contudo, a utilização de recursos lúdicos incrementa as atividades didáticas dentro da sala de aula, considerando que o aprendizado é maximizado proporcionando melhor rendimento tanto ao professor, quanto ao aluno e, o cubo mágico é um exemplo disso.

Utilizar o cubo como ferramenta pedagógica é uma maneira de influenciar o estudante, pois, possibilita o despertar de um conhecimento mais enriquecedor, aumentando a autoestima, a paciência e a concentração. Essa prática exige uma participação crítica, criativa, livre, capaz de promover a interação e tendo em vista o compromisso de transformação e modificação do meio.

Tendo uma maior familiaridade com o Cubo Mágico, nota-se que ao manuseá-lo, ainda que isso pareça estranho, se produz a Matemática e, o mais interessante é que inconscientemente aprende-se.

Haja vista que alguns tutoriais na Internet e sites específicos (www.cinoto.com.br, <http://cubomagicobrasil.com>, <http://www.montarcubomagico.com.br>, por exemplo) podem auxiliar, e muito, os trabalhos dos professores, proporcionando-lhes melhor entendimento e

habilidades na resolução dos algoritmos não só do Cubo Mágico, mas também de suas variações como é o caso do Pyraminx, do Skewb, do Cubo 4x4x4 e demais polígonos, fazendo com que todos esses *puzzles* possam de uma maneira ou outra, ser explorados nos estudos matemáticos em sala de aula.

Tal estratégia, no entanto, tende a ser bastante significativa quando bem planejada e trabalhada, tornando-se uma ferramenta facilitadora. Deste modo, para fazer uso do Cubo Mágico no ensino de Matemática, é importante que o professor conheça bem a sua turma, saiba se seus alunos gostam deste tipo de atividade e se, principalmente, se a mesma os ajudará no processo de aprendizagem, caso contrário, não haverá benefícios e nem otimização do tempo e de resultados.

6 – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ASCENCIO, A. F. G.; CAMPOS, E. A. V. *Fundamentos da programação de computadores*. 3ª Edição. São Paulo: Editora Pearson Education do Brasil, 2012.
- BERNARDES, D. M. *O lúdico no auxílio do ensino da matemática: uma proposta possível*. 2013. Disponível em: < <http://pedagogiaaopedaletra.com/o-ludico-no-auxilio-do-ensino-da-matematica-uma-proposta-possivel/>>. Acessado em 02/10/2016.
- CERPE, R. *Apostila método avançado de Fridrick*. 2015. Disponível em: < <http://www.cubovelocidade.com.br/tutoriais/cubo-magico-avancado-apostila-metodo-fridrich.pdf>>. Acesso em 20/09/2016.
- CERPE, R. *Movimentos Básicos*. 2015. Disponível em: < <http://www.cubovelocidade.com.br/tutoriais/cubo-magico-basico-movimentos.html>>. Acesso em 28/07/2016.
- CERPE, R. *O Segredo do Cubo Mágico em 8 passos – Método básico*. Santa Bárbara d'Oeste: CYMK Quality Gráfica e Editora, 2014.
- CINOTO, R. *Como montar o cubo mágico – Método das Camadas*. 2014. Disponível em: < <http://cinoto.com.br/website/index.php/>>. Acessado em: 22/08/2016.
- CINOTO, R. W. *Resolva o Cubo Mágico - Os 7 passos do método das camadas*. São Paulo: Editora Ixtlan, 2013.
- CORNEN, T. H. et al. *Algoritmos Teoria e Prática* – Tradução da 2ª Edição Americana. Tradução Vandenberg D. de Souza, 6ª tiragem. Rio de Janeiro: Editora Campus, 2002.
- CORRÊA, R. C. P.; BATISTA, V. C. *Cubo Mágico: uma estratégia pedagógica utilizada nas aulas de matemática*. Mostra Nacional de Iniciação Científica e Tecnológica Interdisciplinar – VI MICTI. Instituto Federal Catarinense. Camboriú, 2013. Disponível em: < <http://micti-2013.ifc.edu.br/anais/resumos/trab00152.pdf>>. Acesso em: 03/08/2016.
- CUBO MÁGICO. *Montar mais rápido*. 2012. Disponível em: < <http://www.montarcubomagico.com.br/dicas-para-montar-mais-rapido>>. Acessado em: 05/08/2016.
- FORBELLONE, A. L. V.; EBERSPÄCHER, H. F. *Lógica de Programação – A construção de algoritmos e estruturas de dados*. São Paulo: Editora Pearson, 2005.
- GAMA, C. *Introdução à lógica de Programação – MAT 146*. Universidade Federal da Bahia, 2004. Disponível em: < <http://docplayer.com.br/20354267-Universidade-federal-da-bahia.html>>. Acesso em: 25/08/2016.
- GRACIOSE, F. B. *Cubo Mágico ajuda a aprender mais sobre a matemática*. Educação. 2013. Disponível em: < <http://g1.globo.com/educacao/noticia/2013/01/cubo-magico-ajuda-aprender-mais-sobre-matematica-diz-colecionador.html>>. Acesso em 19/09/2016.
- INOVAÇÃO TECNOLÓGICA. *“Número de Deus” resolve cubo mágico em 20 movimentos*. 2010. Disponível em: <

<http://www.inovacaotecnologica.com.br/noticias/noticia.php?artigo=numero-de-deus>>.
Acesso em 21/09/2016.

MONTEIRO, R. F. *O lúdico nos grupos: terapêuticos, pedagógicos e organizacionais*. São Paulo: Editora Ágora, 2012.

PEREIRA, B. Cubo Mágico 3x3 – Aprenda a resolver! 2011. Disponível em: <
<http://cubomanaus.blogspot.com.br/2011/01/cubo-magico-3x3-aprenda-resolver.html>>.
Acessado em: 20/07/2016.

RODRIGUES, V. C. S.; SILVA, B. F. *Trabalhando alguns conceitos de álgebra com o cubo mágico*. Actas del VII CIBEN – Montevidei. Universidade Federal do Triângulo Mineiro. Minas Gerais, 2013. Disponível em: <
<http://megaslides.org/doc/170218/trabalhando-alguns-conceitos-de-%C3%A1lgebra>>. Acessado em: 20/08/2016.

SILVA, J. V. N. *Uma proposta de aprendizagem usando o cubo mágico em Malta – PB*. Trabalho de Conclusão de Curso de Pós-Graduação em Matemática CCT UEPB (Mestrado). PROFMAT - Universidade Estadual da Paraíba. Campina Grande, 2015. Disponível em: <
<http://tede.bc.uepb.edu.br/jspui/bitstream/tede/2390/2/PDF%20-%20Jos%C3%A9%20Vin%C3%ADcius%20do%20Nascimento%20Silva.pdf>>. Acesso em: 02/08/2016.

WIKI HOW. *Como resolver o Cubo Mágico (Rubik) pelo método das camadas*. 2014. Disponível em: <
[http://pt.wikihow.com/Resolver-o-Cubo-M%C3%A1gico-\(Rubik\)-pelo-M%C3%A9todo-de-Camadas](http://pt.wikihow.com/Resolver-o-Cubo-M%C3%A1gico-(Rubik)-pelo-M%C3%A9todo-de-Camadas)>. Acesso em 05/07/2016.